INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SATU MARE

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VI-a

1. a) Rezolvati in mulțimea numerelor prime următoarea ecuaţie: $2m+3p+4t=56$.

(4p)

prof. Tempfli Gabriella, Şcoala Gimnazială "Bălcescu-Petofi", Satu Mare

b) Fie $n=1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot 2010$ şi $m=1+2+3+\cdots+2010$. Aflați restul împărțirii lui $n+m$ la 2010. (3p)

Gazeta Matematică, seria B, supliment cu exerciții, februarie 2012

2. a) Determinați numerele naturale de forma $\overline{ab}$ pentru care are loc egalitatea:

$$\overline{1ab}+\overline{ab2}=\left(\overline{ab}\right)^2$$ (4p)

Prof. Csáki Francisc, Şcoala Gimnazială " Petőfi Sandor" Livada

b) Determinați cifra b astfel încât numărul natural $\overline{abba}$, scris în baza 10 este divizibil:

i) cu 7 oricare ar fi a. Câte numere de acest fel există?

ii) cu 11 oricare ar fi a. Câte numere de acest fel există? (3p)

Prof. Pal Rita, Şcoala Gimnazială Constantin Brâncoveanu Satu Mare

3. Se consideră unghiurile $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$ suplementare; $[OM \subset Int\sphericalangle AOB$ astfel încât

$m(\sphericalangle AOB)=2\cdot m(\sphericalangle BOC)$; $[ON$ – bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOC$ şi $[OP$ semidreapta opusă lui $[ON$.

Ştiind că $[OA$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle MOP$,

a) aflați $m(\sphericalangle AOB)$ şi $m(\sphericalangle POB)$;

b) arătați că bisectoarea $\sphericalangle MON$ este perpendiculară pe AC.

(7p)

Prof. Bud Adrian, Liceul Teoretic Negreşti Oaş

Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VI-a

Barem de corectare

Nr. probl.	Rezolvare	Pct.
1.a)	În ecuația $2m+3p+4t=56$, unde m, p, t numere prime $2m$, $4t$ și 56 se divid cu 2 $\Rightarrow$ $3p$ trebuie să se dividă cu 2, dar p este prim $\Rightarrow p=2$	1p
	Înlocuim p și obținem: $2m+4t=50$ Împărțind ecuația cu 2 avem: $m+2t=25$	1p
	$m=3 \Rightarrow 3+2t=25 \Rightarrow t=11$ $m=5 \Rightarrow t=10$ nu este prim $m=7 \Rightarrow t=9$ nu este prim $m=11 \Rightarrow t=7$ $m=13 \Rightarrow t=6$ nu este prim $m=17 \Rightarrow t=4$ nu este prim $m=19 \Rightarrow t=3$ $m=23 \Rightarrow t=1$ nu este prim $m=29 \geq 25$	2p
	Rezultatele sunt: $m=3$, $p=2$, $t=11$ $m=11$, $p=2$, $t=7$ $m=19$, $p=2$, $t=3$	1p
1.b)	$n \vdots 2010$ Calculul sumei $n=1005 \cdot 2011=2021055$	1p
	Aflarea restului 1005	1p
2.a)	Obs. că a≠0. Relația din enunț devine: $100+\overline{ab}+10\cdot\overline{ab}+2=(\overline{ab})^2$ de unde,	1p
	$11\cdot\overline{ab}+102=(\overline{ab})^2$ $(\overline{ab})^2-11\cdot\overline{ab}=102$	1p
	$\overline{ab}\left(\overline{ab}-11\right)=102$ Dar, $102=51\cdot2=34\cdot3=17\cdot6$	1p

	Asadar, soluția problemei sunt: $\overline{ab}=17, \overline{ab}-11=6$, De unde, $\overline{ab}=17$	1p
2b)	$\overline{abba}$ = 1001 a + 110 b 1001 = 3·7·11 110= 2·5·11	1p
	a) 7 / 1001 deci 7/ 1001a $\forall$ a $\in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ şi 7 / divide $\overline{abba}$ daca 7 / 110 b . Cum 7 nu divide pe 110 trebuie să dividă pe b $\Rightarrow$ b $\in \{0,7\}$ Deci, 18 numere.	1p
	b) 11 / 1001 deci 11/ 1001a, $\forall$ a $\in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, 11 / 110 deci 11 / 110 b $\forall$ b $\in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ Deci, 90 de numere.	1p
3. a)	Se notează $x = m(\sphericalangle AOP)$ $[OA$ este bisectoare $\Rightarrow m(\sphericalangle MOA) = x \Rightarrow m(\sphericalangle MOB) = 2x$	1p
	$m(\sphericalangle AOP)$ şi $m(\sphericalangle NOC)$ opuse la vârf $\Rightarrow m(\sphericalangle NOC) = x$	1p
	$[ON$ - bisectoare $\Rightarrow m(\sphericalangle BON) = x$	1p
	Avem $m(\sphericalangle AOM) + m(\sphericalangle MOB) + m(\sphericalangle BON) + m(\sphericalangle NOC) = 180^\circ$ $\Rightarrow x + 2x + x + x = 180^\circ \Rightarrow 5x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$	1p
	Avem $m(\sphericalangle AOB) = m(\sphericalangle AOM) + m(\sphericalangle MOB) = x + 2x = 108^\circ$ $\Rightarrow m(\sphericalangle POB) = 4x = 154^\circ$	1p
3b)	Din $[OR$ - bisectoarea $\sphericalangle MON \Rightarrow m(\sphericalangle MOR) = \frac{m(\sphericalangle MON)}{2}$ $\Rightarrow m(\sphericalangle MOR) = \frac{3x}{2} = 54^\circ$	1p
	$\Rightarrow m(\sphericalangle AOR) = m(\sphericalangle AOM) + m(\sphericalangle MOR) = 90^\circ \Rightarrow OR \perp AC$	1p