



OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA
ETAPA NAȚIONALĂ 18.05.2019
CLASA a VIII-a

Problema 1.(7 puncte)

Calculați $x^2 + \frac{1}{x^2}$ și $x + \frac{1}{x}$ știind că $x^4 + \frac{1}{x^4} = 47, x \in \mathbb{R}^*$.

Problema 2.(7 puncte)

Pentru $a \in \mathbb{R}^*$ considerăm funcțiile $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_a(x) = ax + 2 + a$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

- Aflați sinusul unghiului determinat de graficul funcției cu axa Ox pentru $a = 2$;
- Arătați că graficele funcțiilor f_a trec printr-un punct fix, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}^*$;
- Aflați valoarea lui a , astfel încât $f_a(1) + f_a(2) + f_a(3) + \dots + f_a(100) = 16680$.

Problema 3.(7 puncte)

În triunghiul isoscel $ABC (AB = AC)$, se duce $MN \parallel AC, (M \in (AB), N \in (BC))$. Știind că $AM = x - 2 \text{ cm}, AB = 5x - 10 \text{ cm}, BC = 4x + 12 \text{ cm}, NC = x \text{ cm}$, se cere :

- Perimetrul triunghiului, aria triunghiului și distanța de la punctul B la latura AC;
- Volumul corpului obținut prin rotirea triunghiului în jurul dreptei CC' , perpendiculară pe BC.

Problema 4.(7 puncte)

Pe planul trapezului oarecare ABCD se ridică perpendiculara $OV = 9 \text{ cm}$, $\{O\} = AC \cap BD$. Aria triunghiului ACD este egală cu 12 cm^2 , iar $AO = 2OC$.

- Calculați volumul piramidei VABCD;
- Arătați că $V_{VABCD} \geq 4 \cdot \sqrt{V_{VAOB} \cdot V_{VOCD}}$.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru - 2 ore.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”

Anton Pann