OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 9 februarie 2013

Clasa a X-a

1. Rezolvaţi în $\mathbb{R}$ ecuaţia:

$$\log_3(x+\sqrt{3+\sqrt{x}})+x^2+2x\sqrt{3+\sqrt{x}}+\sqrt{x}=7.$$

Mihaly Bencze

2. Dacă $a,b,c\in(1,\infty)$, demonstraţi inegalitatea:

$$\log_a\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}+\log_b\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}+\log_c\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}\geq 3.$$

Gabriela Boeriu

3. Fie z_1, z_2, z_3 numere complexe nenule astfel încât $|z_1|=|z_2|=|z_3|$ şi $z_1+z_3=z_2$. Determinaţi numerele naturale n pentru care $z_1^n+z_2^n+z_3^n=0$.

Ioana Maşca

4. Fie a şi b două numere reale strict pozitive. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia:

$$\left(a^x+b^x\right)^{2013}=\left(a^{2013}+b^{2013}\right)^x.$$

Aurel Bârsan

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect valorează 7 puncte.
Timpul de lucru este de 3 ore.