

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ GIURGIU
CLASA a VIII-a
16.02.2013**

1. Determinați toate numerele întregi x , pentru care

$$\frac{x^3 + 1}{2x - 1} \in \mathbb{Z}.$$

Gazeta Matematică

2. Fie ABCD un pătrat cu latura de 7 cm. În punctul D se ridică perpendiculara pe planul pătratului pe care se ia punctul M astfel încât $MD = 7$. Fie $E \in (BC)$ astfel încât $|BE| = \frac{7\sqrt{3}}{3}$.
Să se determine distanța de la M la AE.

3. a) Să se arate că $\sqrt{1 + \frac{1}{k^2} + \frac{1}{(k+1)^2}} \in \mathbb{Q}, \forall k \in \mathbb{N}^*$.

- b) Să se rezolve în \mathbb{R} , ecuația:

$$\frac{3}{2} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2012^2} + \frac{1}{2013^2}} = x + \frac{2012}{2013}$$

4. Să se arate că dacă un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile $n, n+2$ și $n+4$, unde $n \in \mathbb{N}^*$, atunci nici una din fețele paralelipipedului nu este echivalentă cu un pătrat.

Dumitru Preoteasa, Giurgiu

Notă: Timp de lucru 3 ore. Fiecare subiect se notează cu 10 puncte.