



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală -20.02.2016
Clasa a IX-a M₁

Problema 1

Fie $a, b, c \in \left[\frac{1}{6}, \infty\right)$ și $a+b+c=1$.

Să se arate că $\sqrt{6a-1} + \sqrt{6b-1} + \sqrt{6c-1} \leq 3$.

Problema 2

Să se rezolve ecuația: $|x-1| + |x-2| + \dots + |x-2015| = 2016(x-2016)$.

Problema 3

În ΔABC se consideră punctele M, N și P pe laturile AB, AC respectiv BC astfel încât

$$\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}, \quad \overrightarrow{NC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{NA}, \quad \overrightarrow{PC} = \frac{2}{9}\overrightarrow{PB}.$$

- a) Exprimați \overrightarrow{BN} în funcție de \overrightarrow{BA} și \overrightarrow{BC}
- b) Arătați că punctele M, N și P sunt coliniare

Problema 4

Arătați că:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}, \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

Notă

- Timp de lucru efectiv 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.