

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 9 februarie 2013

Clasa a VIII - a

1. Să se afle numărul natural  $n$  care verifică egalitatea

$$\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{\sqrt{n+2}}{1+\sqrt{n+2}+\sqrt{n+3}} = \frac{\sqrt{2}+8}{2}.$$

*Aurel Aldea*

2. a) Să se arate că:  $\frac{ab}{a+b} \leq \frac{a+b}{4}$ ,  $a, b > 0$ .

b) Fie  $x, y, z$  lungimile laturilor unui triunghi al cărui perimetru este  $P$ . Demonstrați inegalitatea:

$$\frac{xy - Pz + 2P^2}{3P - z} + \frac{yz - Px + 2P^2}{3P - x} + \frac{xz - Py + 2P^2}{3P - y} \leq 2P.$$

*Ioana Mașca*

3.  $VABCD$  este o piramidă patrulateră regulată în care toate muchiile sunt egale cu  $a$ . Fie  $E \in BC$  astfel încât  $EB = EC$ .

- Aflați distanța de la punctul  $A$  la dreapta  $VE$ .
- Demonstrați că planele  $(VAE)$  și  $(VCE)$  sunt perpendiculare.
- Aflați distanța de la punctul  $D$  la planul  $(VAE)$ .

*Dorina Rapcea*

4. Fie prisma patrulateră regulată  $ALGEBRIC$  cu muchia bazei  $AL$  de lungime  $a$  și muchia laterală  $AB$  de lungime  $a\sqrt{2}$ , iar  $M, N$ , sunt respectiv mijloacele muchiilor laterale  $[CE]$  și  $[RL]$ .

- Calculați sinusul unghiului dintre dreptele  $EI$  și  $RG$ .
- Arătați că triunghiurile  $BEL$  și  $MAN$  au același centru de greutate.

*Dorina Bocu*

*Notă:* Toate subiectele sunt obligatorii.  
Fiecare subiect valorează 7 puncte.  
Timpul de lucru este de 3 ore.