

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

FAZA LOCALA – 21 februarie 2016 – GORJ

CLASA A V – A

Barem de notare

Problema 1 :

- a) $[(3^2)^{108} : 3^{200} + 5^8 \cdot 5^9] : [(5^2)^4 \cdot (5^3)^3 + (3^3)^4 \cdot 3^4]$ 2p
 $= [3^{216} : 3^{200} + 5^{17}] : [5^8 \cdot 5^9 + 3^{12} \cdot 3^4]$ 1p
 $= [3^{16} + 5^{17}] : [5^{17} + 3^{16}] = 1$ 1p
- b) De la 1 la 9 a folosit 9 cifre
 De la 10 la 99 a folosit $90 \cdot 2 = 180$ cifre 1p
 De la 100 la 116 a folosit $17 \cdot 3 = 51$ cifre. In total 240 cifre 1p
 Cifra de pe locul 106 este 5 1p

Problema 2 :

$$\overline{abc} = 8 \cdot c + 5$$

$$\overline{abc} \in \{8 \cdot 12 + 5, 8 \cdot 13 + 5, \dots, 8 \cdot 124 + 5\}$$
 3p

Sunt $124 - 11 = 113$ numere 1p

Suma câturilor este $S = 12 + 13 + \dots + 124$ 1p

$$= 124 \cdot 125 : 2 - 11 \cdot 12 : 2 = 7684$$
 2p

Problema 3 :

$$x + 2x + 2^2 \cdot x + \dots + 2^{99} \cdot x = x \cdot (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{99})$$
 2p

$$\Leftrightarrow x \cdot (2^{100} - 1) = 2^{101} - 2 = 2(2^{100} - 1)$$
 2p

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ (primul termen)}$$
 1p

$$t_1 = 2, t_5 = 2^5, t_9 = 2^9$$
 1p

$$S = 2^1 + 2^5 + 2^9 = 546$$
 1p

Problema 4 :

$$\text{Din } 5 = 2 \cdot 2 + 1 \in A \Rightarrow \text{ii) } 3 \cdot 2 + 2 = 8 \in A$$
 2p

$$\text{Din } 8 \in A \Rightarrow \text{i) } 4 \cdot 8 + 1 = 33 \in A$$
 2p

$$33 = 2 \cdot 16 + 1 \in A \Rightarrow \text{ii) } 3 \cdot 16 + 2 = 50 \in A$$
 3p