Olimpiada națională de matematică- clasa aV -a
Etapa locală- 16.02.2013

Subiectul 1

Fie numerele naturale: $a=1236:12+7^2\cdot 103-50\cdot 101$ **şi** $b=2^n\cdot 5^{n+1}-2^{n+2}\cdot 5^n$, **unde** n **este un numar natural.**

a) Să se compare numerele a **şi** b.
b) Determinați numărul natural n, **astfel încât numărul** b **să aibă** 2014 **cifre.**

Subiectul 2

Notăm cu A **mulțimea tuturor resturilor care se pot obține prin împărțirea numerelor naturale pare la** 2012.
a) Să se arate că suma elementelor mulțimii A **nu este pătrat perfect.**
b) Trei numere naturale a, b **şi** c **au suma egală cu suma elementelor mulţimii** A. **Se poate termina produsul** abc **în** 2013 **(adică ultimele patru cifre ale produsului** abc **formează numărul** 2013**) ? Justificaţi răspunsul.**

Subiectul 3

Să se demonstreze că pentru orice număr natural n, **cel puțin două dintre numerele:** $3^{n+3}, 5^{n+5}, 7^{n+7}, \ldots, 4021^{n+4021}, 4023^{n+4023}$ **au diferența un multiplu al lui** 2010.

SGM-septembrie 2012

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează cu 0 - 7 puncte
Nu se acordă puncte din oficiu
Timp efectiv de lucru 2 ore

BAREM CLASA A Va
SUBIECTUL I

1 a)	$a=10^2$	**1p**
	$b=10^n$	**1,5p**
	Pentru $n<2 \Rightarrow a>b$	**1p**
	Pentru $n=2 \Rightarrow a=b$	**0,5p**
	Pentru $n>2 \Rightarrow a<b$	**1p**
1 b)	Pentru orice $n \in \mathbb{N}$, numărul $b=10^n$ are $n+1$ cifre .	**1p**
	Finalizare: $n=2013$	**1p**

SUBIECTUL al II-lea

2 a)	Fie $n \in \mathbb{N}$. Din teorema împărţirii cu rest avem $n=2012\cdot c+r, r<0$. Deoarece n şi $2012\cdot c$ sunt numere pare, deducem că şi restul r este par..............	**1p**
	Determinarea mulţimii $A=\{0,2,4,...,2010\}$	**1p**
	Suma elementelor mulţimii A este $S=0+2+4+...+2010=1005\cdot 1006$	**1p**
	Din $1005^2<1005\cdot 1006<1006^2$ deducem că S este cuprins între două pătrate perfecte consecutive, deci S nu este pătrat perfect………………………………	**2p**
2 b)	Din $a+b+c=1005\cdot 1006$ rezultă că cel puţin unul dintre numerele a,b şi c este număr natural par………………………………………………………………	**1p**
	Dacă un factor este par, atunci produsul abc este număr par, deci nu poate avea ultima cifră 3. In concluzie, produsul abc nu se poate termina în 2013………………	**1p**

SUBIECTUL al III-lea

3	Justificarea faptului că în şir există 2011 numere diferite ………………………...	**2p**
	La împărţirea cu 2010 se pot obţine 2010 resturi diferite……………………..	**1p**
	Deoarece există 2011 numere diferite, rezultă că cel puţin două numere dau acelaşi rest la împărţirea cu 2010 …………………………………………………………	**2p**
	Dacă a şi b sunt numerele care dau acelaşi rest la împărţirea cu 2010, atunci $a=2010\cdot c_1+r, b=2010\cdot c_2+r,\ c_1,c_2,r\in\mathbb{N}, r<2010$ …………………………	**1p**
	Diferenţa $a-b=2010(c_1-c_2)$ este multiplu al lui 2010 ………………………	**1p**

Str. 1 Decembrie nr.5, Cod 420080, Bistrița, Jud. B-N
Tel: +40 (0)263 213529
Fax: +40 (0)263 216654
www.isjbn.ro