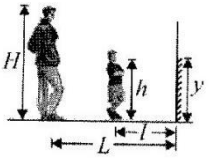
Olimpiada de Fizică
Etapa pe judeţ
20 februarie 2016
Subiecte

IX

Problema 1 (A+B+C)

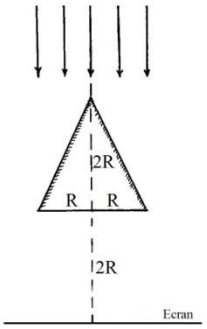
1 A. O oglindă plană

Tatăl şi fiul se află, unul în spatele celuilalt, în faţa unei oglinzi plane, dispusă pe un perete vertical. Figura ilustrează această dispunere, în care sunt cunoscute următoarele mărimi: înălţimea tatălui $H = 1{,}8\,\text{m}$, înălţimea fiului $h = 1{,}2\,\text{m}$ (până la nivelul ochilor săi), distanţa dintre tată şi oglindă $L = 6\,\text{m}$, distanţa dintre fiu şi oglindă $\ell = 3\,\text{m}$. Ce înălţime minimă y trebuie să aibă oglinda, montată chiar de la nivelul duşumelei, pentru ca fiul să poată vedea, în oglindă, creştetul capului tatălui său?



1 B. Un con reflectător

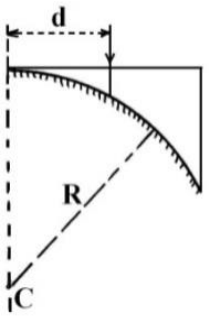
Un con drept, având o bază circulară cu raza R și înălțimea $2R$, are suprafața exterioară perfect reflectătoare. Distanța de la baza conului până la un ecran paralel cu baza este $2R$. Un fascicul luminos paralel, ce se propagă pe o direcție perpendiculară pe baza conului, iluminează întreaga suprafață exterioară a conului. Știind că diametrul secțiunii transversale prin fascicul este $2R$ și că axa sa de simetrie trece prin vârful conului și prin centrul bazei conului, să se determine aria de pe ecran iluminată prin reflexie pe suprafața exterioară a conului.



1 C. O semilentilă divergentă

Pe suprafaţa plană a unei jumătăţi de lentilă plan-concavă (divergentă), la distanţa $d = 5cm$ de axul optic principal, cade normal o rază de lumină (vezi figura). Se cunoaşte raza de curbură $R = 35cm$ a feţei concave şi se ştie că ea este argintată (se comportă ca o oglindă). După reflexia pe această oglindă, raza de lumină revine la faţa plană a lentilei şi iese afară, în aer ($n_{aer} = 1$). Determinaţi distanţa dintre punctul în care raza de lumină părăseşte lentila şi axul optic principal, ştiind că, la nivelul acestuia, grosimea lentilei poate fi neglijată.

Precizare: Dacă pentru găsirea soluţiei unora dintre aceste probleme vi se pare utilă, puteţi folosi formula trigonometrică $tg(2\theta) = 2tg\theta/(1 - tg^2\theta)$.



Problema 2 (A+B)

2 A. O sferă de sticlă

În faţa unei sfere de sticlă, transparentă, la o anumită distanţă, se află o sursă punctiformă, care trimite spre sferă un fascicul luminos îngust (paraxial). Axa acestui fascicul trece prin centrul sferei. Pentru ce valori ale indicelui de refracţie n al sticlei din care e confecționată sfera, imaginea sursei punctiforme se va forma în exteriorul sferei (aer, cu $n_{aer} = 1$), oricare ar fi distanţa dintre sursă şi sferă?

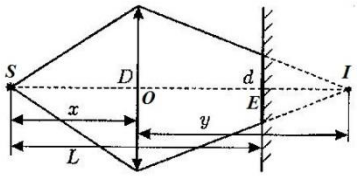
2 B. O invarianţă

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerinţele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

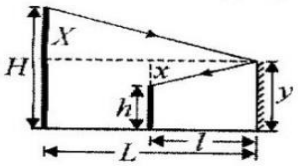
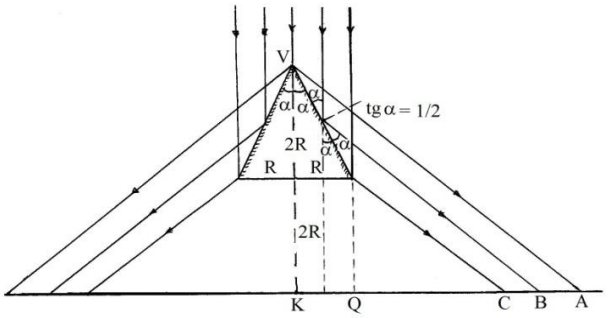
Pe faţa plană a unei lentile subţiri ce se află în aer ($n_{aer} = 1$), cade normal un fascicul îngust de lumină, paralel cu (şi simetric faţă de) axul optic principal al acesteia. Pe un ecran aşezat dincolo de lentilă, perpendicular pe axul optic principal, se formează o pată de lumină, cu margini clare, circulară, cu diametrul de $k(>1)$ ori mai mic decât diametrul fasciculului incident. Fără a modifica distanţa lentilă-ecran şi nici lărgimea fasciculului incident, sistemul optic se cufundă într-un lichid transparent cu indicele de refracţie n_1. Se constată că, în urma acestei operaţii, dimensiunea petei circulare de lumină de pe ecran nu se modifică. Să se determine: **a.)** indicele de refracţie n al materialului din care este confecţionată lentila, ştiind că $n_1 < n$; **b.)** raportul dintre raza de curbură a lentilei şi distanţa sa focală în cele două situaţii descrise mai sus; **c.)** aplicaţie numerică: $n_1 = 4/3$, $k = 5/3$.

Problema 3 (Un experiment)

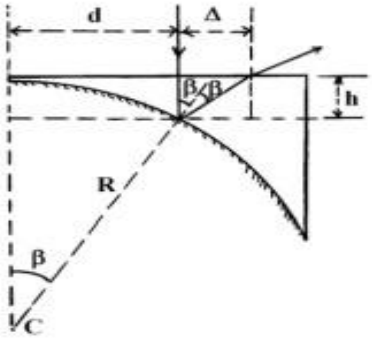
Imaginaţi-vă că pe un banc optic liniar s-a realizat instalaţia schiţată în figură, cu o sursă luminoasă punctiformă S fixă, o lentilă convergentă şi un ecran aşezat la distanţa L faţă de sursă. În timpul experimentului distanţa L nu se modifică. Distanţa focală a lentilei ($f > 0$) satisface relaţia $f > L/4$. Plimbând lentila cu centrul optic O în lungul bancului optic, între S şi E, s-a găsit o poziţie în care diametrul petei luminoase de pe ecran a avut valoarea ***minimă*** d. Cunoscând distanţele L şi d precum şi diametrul D al lentilei (măsurat în plan transversal faţă de dreapta SE), să se determine distanţa focală f a acesteia. Aplicaţie numerică: $L = 2m$, $D = 4cm$, $d = 2cm$.



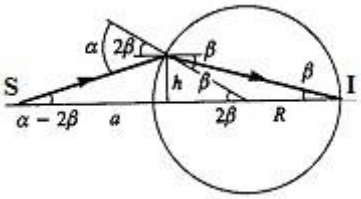
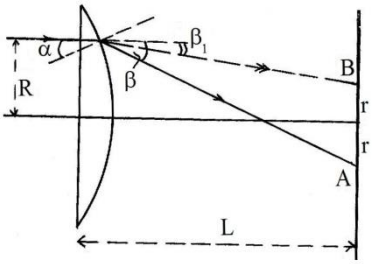
Subiect propus de:
prof. univ. dr. **ULIU** Florea, Universitatea din Craiova;
prof. **ANTONIE** Dumitru, Colegiul Tehnic nr.2 din Tg.- Jiu.

Subiect 1 (A+B+C)	**Parţial**	**Punctaj**
1. Barem subiect **1 (A+B+C)**		**10 p**
A. O oglindă plană		**3 puncte**
Figura alăturată ne arată cum poate fi îndeplinit dezideratul din enunţ: Conform desenului avem relația de asemănare $X/L = x/\ell$ şi relația geometrică $H - X = h + x = y$. Pentru suma $X + x$ putem scrie $X + x = H - h$.  Folosind o proprietate a proporțiilor stabilim că $X/L = x/\ell = (X + x)/(L + \ell) = (H - h)/(L + \ell)$ și, de aici obținem mai întâi, $x = \ell(H - h)/(L + \ell)$; şi apoi, $y = h + x = ... = (H\ell + hL)/(L + \ell) = 1{,}4m.$	**0,50 p** **1 p** **1 p** **0,50 p**	
B. Un con reflectător		**3 puncte**
Urmărim figura alăturată, în care $tg\alpha = 1/2$. Avem $KA = (4R) \cdot tg(2\alpha)$, $QC = (2R) \cdot tg(2\alpha)$, $KC = R + (2R) \cdot tg(2\alpha)$, unde $tg(2\alpha) = \dfrac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha} = 4/3$.  Aria iluminată se determină cu formula (coroană circulară): $\Sigma \equiv \pi \cdot [(KA)^2 - (KC)^2]$. Răspunsul final este $\Sigma = \pi R^2[256/9 - 121/9] = 15\pi R^2$.	**0,40 p** **1,60 p** **0,50 p** **0,50 p**	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

C. O semilentilă divergentă		**3 puncte**
Ne referim la figura alăturată şi avem în vedere notaţiile de pe desen: 	**0,50 p**	
Notăm distanţa $d_1 \equiv d + D$, unde $D = h \cdot tg(2\beta)$ şi $h = R - \sqrt{R^2 - d^2}$.	**0,75 p**	
Observăm că $tg\beta = d / \sqrt{R^2 - d^2}$.	**0,50 p**	
Cu formula din enunţ găsim $D = h\dfrac{2tg\beta}{1 - tg^2\beta} = ... = 2hd\dfrac{\sqrt{R^2 - d^2}}{R^2 - 2d^2}$.	**0,75 p**	
Ţinem cont de expresia lui h şi, în final, obţinem $D = 2d\dfrac{\sqrt{R^2 - d^2}}{R^2 - 2d^2}[R - \sqrt{R^2 - d^2}]$.	**0,50 p**	
Oficiu		**1 punct**

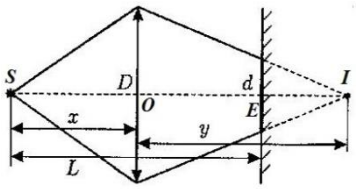
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect 2 (A+B).	**Parţial**	**Punctaj**
2. Barem subiect **2 (A+B)**		**10 p**
2 A. O sferă de sticlă		**4 puncte**
Notăm cu R raza sferei şi cu a distanţa de la sursa punctiformă S la sferă. Să considerăm situaţia în care imaginea sursei s-ar forma chiar pe peretele opus, în punctul I, în prelungirea axului de simetrie ce trece prin centrul sferei (ca în figură). Fie n_0 indicele de refracţie care ar face posibilă această situaţie. 	**0,50 p**	
Fasciculul luminos fiind îngust (paraxial), unghiurile din figură sunt foarte mici, deci valoarea sinusului şi respectiv a tangentei unghiului poate fi aproximată cu valoarea unghiului exprimat în radiani. Conform desenului rezultă relaţiile: $\beta \approx \alpha / n_0$, $h \approx (\alpha - 2\beta)a$, $h \approx 2\beta R$.	**1,50 p**	
De aici se deduce că $n_0 \approx 2(R/a+1)$.	**0,75 p**	
Când $n < n_0$ imaginea se va forma în exteriorul sferei (deoarece raza de lumină din interiorul sferei sosește într-un punct de deasupra lui I). Se doreşte ca imaginea să se formeze în exteriorul sferei indiferent care ar fi valoarea distanţei a. Cea mai mică valoare posibilă a lui n_0 ar corespunde lui $a \to \infty$, când $n_0 \to 2$.	**0,75 p**	
Imaginea sursei se formează în exteriorul sferei, oricare ar fi plasarea sursei faţă de sferă, atunci când $n < 2 \Rightarrow n \in (1,2)$.	**0,50 p**	
2 B. O invarianță		**5 puncte**
Deoarece dimensiunea petei de lumină de pe ecran (pată reală) este mai mică decât dimensiunea transversală a fasciculului incident, tragem concluzia că este vorba despre o lentilă plan-convexă subţire, convergentă. Notăm cu R_c raza de curbură a feţei convexe a lentilei (a 	**0,25 p**	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

nu se confunda cu R de pe desen; $2R$ este diametrul fasciculului incident pe faţa plană a lentilei) .		
Pentru lentila situată în aer (prima situaţie), pentru distanța focală putem scrie relaţia $f = R_c/(n-1)$.	**0,50 p**	
În a doua situație (lentila cufundată în lichidul cu indicele de refracție n_1) avem relația analoagă $f_1 = R_c/(n/n_1 - 1)$.	**0,50 p**	
Deoarece atât n cât şi n_1 sunt cantităţi supraunitare, tragem concluzia că $f_1 > f$.	**0,25 p**	
În prima situaţie, după refracţia de la ieşirea din lentilă, raza marginală (vezi figura) ajunge în A, iar în a doua situaţie – în B, punctele A şi B fiind dispuse simetric faţă de locul în care axul optic principal înţeapă ecranul.	**0,25 p**	
Lentila se comportă ca o prismă optică subţire cu unghiul refringent (de vârf) egal cu unghiul de incidenţă α . În cele două situaţii, unghiurile de deviaţie (dintre prelungirea razei incidente şi razele emergente corespunzătoare) sunt $\beta \approx (n-1)\alpha$, respectiv $\beta_1 \approx (n/n_1 - 1)\alpha$.	**0,50 p**	
Raportul acestor relaţii ne dă $\beta_1/\beta \approx (n/n_1 - 1)/(n-1)$.	**0,50 p**	
Pe de altă parte, conform desenului $\beta \approx (R+r)/L$, respectiv $\beta_1 \approx (R-r)/L$, adică $\beta_1/\beta \approx (R-r)/(R+r)$.	**0,50 p**	
În această ultimă expresie, conform celor ce se afirmă în enunţ, putem scrie $R = kr$ şi obţinem $\beta_1/\beta \approx (k-1)/(k+1)$.	**0,50 p**	
În final găsim $n = 2n_1/[k+1-(k-1)n_1]$.	**0,50 p**	
În aplicaţia numerică: $n = 3/2$ şi $R_c/f = n-1 = 1/2$, respectiv $R_c/f_1 = n/n_1 - 1 = 1/8$.	**0,75 p**	
Oficiu		**1 punct**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect 3. (Un experiment).	**Parţial**	**Punctaj**
3. Barem subiect 3 (Un experiment)		**10 p**
Folosim notaţiile de pe desenul dat în enunț (pe care îl reproducem alăturat). Punctele S şi I fiind conjugate optic putem scrie relaţia bine-cunoscută $1/x+1/y=1/f$, de unde $y=xf/(x-f)$, **(*).** 	**1 p** **1 p**	
Asemănarea unor triunghiuri evidente ne dă relaţia $d/D=[y-(L-x)]/y$, de unde $d=D(1+(x-L)/y)$, **(**)** .	**0,50 p**	
Această distanţă (diametrul petei de lumină de pe ecran) este minimă atunci când raportul/funcția $F(x,y)=(x-L)/y$ este minim/ă .		
Cu y preluat din relaţia (*) avem funcţia $F(x)=x/f+L/x-(f+L)/f$, de o singură variabilă, adică de x, pentru care trebuie găsit minimul.	**0,50 p**	
Procedăm astfel: în membrul drept adunăm şi scădem cantitatea $2\sqrt{L/f}$ şi astfel, putem scrie $F(x)=[\sqrt{x/f}-\sqrt{L/x}]^2-(f+L)/f+2\sqrt{L/f}$.	**1 p**	
Funcția $F(x)$ este minimă când pătratul perfect se anulează, adică pentru $x_m=\sqrt{Lf}$.	**0,50 p**	
Corespunzător $F(x_m)=-(f+L)/f+2\sqrt{L/f}=-\left(\sqrt{L/f}-1\right)^2$ şi astfel	**0,50 p**	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$y_m = (f\sqrt{L})/(\sqrt{L}-\sqrt{f})$.		
Cu expresiile lui x_m și y_m revenim în relaţia generală a lui d (în relația (**)) şi găsim următoarea ecuaţie de gradul al doilea $f^2 - 2fL(D/d)^2(2-d/D)+(LD/d)^2 = 0$,	**1 p**	
cu soluţiile $f = L(D/d)^2[2-d/D \pm 2\sqrt{1-d/D}] = L(D/d)^2[1\pm\sqrt{1-d/D}]^2$.	**1,50 p**	
Ambele soluții sunt reale. Situaţia arătată în desen corespunde semnului (+) în faţa radicalului. Semnul (-) în faţa radicalului corespunde unei distanțe focale mai mici .	**0,50 p**	
Numeric: $f = 4\left(3\pm 2\sqrt{2}\right)m$. Astfel $f \approx 23{,}314m$, respectiv $f \approx 0{,}686m$. Cum $L/4 = 0{,}500m$, observăm că ambele soluții satisfac cerința din enunț, anume că $f > L/4$.	**1 p**	
Oficiu		**1 punct**

Barem propus de:
prof. univ. dr. **ULIU** Florea, Universitatea din Craiova;
prof. **ANTONIE** Dumitru, Colegiul Tehnic nr.2**,** Târgu - Jiu.

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.