**OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ**

**ETAPA LOCALĂ**

**SUCEAVA**

**15 februarie 2015**

**CLASA a IX-a**

1. a) **(3p)** Să se determine minimul expresiei $E(a)=(a+2)(a^2-6a+16)$, unde $a\in[0,+\infty)$.

b) **(4p)** Demonstrați că pentru orice numere reale pozitive $a,b,c\in[0,+\infty)$, cu $a+b+c=6$, are loc inegalitatea: $\frac{1}{a^2-6a+16}+\frac{1}{b^2-6b+16}+\frac{1}{c^2-6c+16}\le\frac{3}{8}$. Precizați cazul de egalitate.

2. Să se determine cardinalul mulțimii $A=\left\{x_n\in\mathbb{Q}\mid x_n=\frac{n^2+2}{n^2-n+2}, n\in\mathbb{N}, 1\le n\le 2015\right\}$.

3. Fie ABC un triunghi dreptunghic $\left(m(\sphericalangle A)=90^\circ\right)$ și D, E, M respectiv picioarele înălțimii, bisectoarei și medianei din A. Se notează $BC=a, AC=b, AB=c.$ Arătați că:

$$\overrightarrow{AE}=\left(\frac{a}{b+c}\right)^2\overrightarrow{AD}+\left[1-\left(\frac{a}{b+c}\right)^2\right]\overrightarrow{AM}.$$

4. Fie triunghiul $ABC$, $O$ centrul cercului circumscris triunghiului $ABC$, $I_1$ centrul cercului înscris în triunghiul $ABO$ şi $I_2$ centrul cercului înscris în triunghiul $ACO$. Demonstraţi că $I_1I_2\parallel BC$ dacă şi numai dacă $[AB]\equiv[AC]$.

**Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.**

**2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.**

**3. Timp de lucru 3 ore.**