INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN IAŞI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEȚEANĂ
9 martie 2013

Filiera teoretică, profil umanist

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAŞINI ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A IX-A

1. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{a}{\sqrt{2}-1}\cdot x+\frac{b}{\sqrt{2}+1},\qquad a,b\in\mathbb{Z}$.

a) Determinați a şi b $\in\mathbb{Z}$, astfel încât punctul $M\left(\sqrt{2}+1,5\right)$ să se afle pe graficul funcției f.

b) Cu a şi b determinați mai sus găsiți punctele de pe grafic cu ambele coordonate numere raționale.

2. Fie funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{x+1}{x}$.

a) Să se calculeze $f(1)\cdot f(2)\cdot \ldots\ldots \cdot f(2013)$.

b) Demonstrați că $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}<0$, oricare ar fi $x, y\in(0,+\infty)$, $x\neq y$.

c) Stabiliți monotonia funcției f.

3. a) Pe un lac creşte o plantă care îşi dublează numărul de frunze zilnic. După 10 zile planta are 2048 de frunze. Să se determine numărul de frunze pe care l-a avut planta în a 5-a zi.

b) Într-un amfiteatru sunt 30 de rânduri de scaune, astfel încât pe fiecare rând sunt cu două locuri mai mult decât pe rândul din fața sa. Ştiind că pe al doilea rând sunt 18 scaune, să se determine numărul total de scaune din întreg amfiteatrul.

4. Fie triunghiul ABC cu $M\in(BC)$ astfel încât $\overrightarrow{MC}=-3\overrightarrow{MB}$.

Să se demonstreze că $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
9 martie 2013

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera teoretică, profil umanist

CLASA A X-A

1. Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (2m + 1)x + m^2 - 4m + 5$ și A punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa (Oy). Determinați valoarea minimă a lungimii segmentului [OA].

2. Fie funcția $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$.

a) Demonstrați că $f\left(\frac{4+9}{2}\right) > \frac{f(4)+f(9)}{2}$.

b) Demonstrați că $f\left(\frac{a+b}{2}\right) > \frac{f(a)+f(b)}{2}$, $a \neq b$.

3. a) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația: $\sqrt{x^2 - x - 2} = x - 2$.

b) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația: $\left[\log_3(x+1)\right]^2 - 4\log_3(x+1) + 3 = 0$

4. Într-o casierie sunt cel mult 35 de bancnote de 5 lei, cel mult 4 bancnote de 100 lei și cel mult 3 bancnote de 200 lei. Reușește casierița, folosind toate tipurile de bancnote, să plătească:

a) 1000 lei ?

b) 842 lei ?

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEŢEANĂ
9 martie 2013

FACULTATEA CONSTRUCŢII DE MAŞINI ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera teoretică, profil umanist

CLASA A XI-A

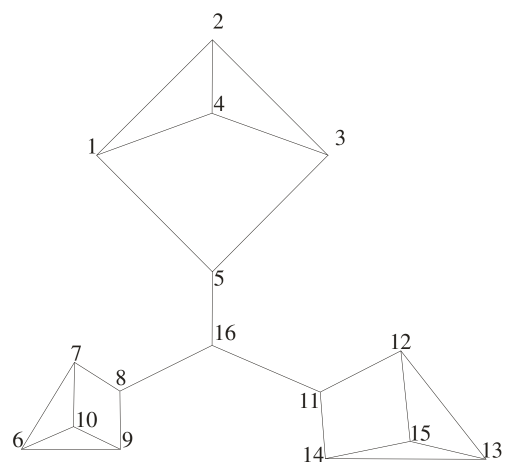
1. Un pensionar şi-a făcut un depozit la o bancă depunând 10000 lei, depozit scadent la 3 luni cu prelungire automată şi cu rata anuală unitară a dobânzii de 20%.
a) Ce sumă avea în cont după 3 luni? Dar după 6 luni?
b) Ştiind că un prieten a depus tot 10000 lei (depozit scadent la un an) în acelaşi timp cu el, dar la altă bancă şi ambii au scos după un an aceeaşi sumă de bani, să se afle rata anuală a dobânzii pentru cel din urmă.

2. Pentru evaluarea rezultatelor obţinute la teza de matematică de către elevii unei şcoli se face un sondaj de volum 35 printre elevii şcolii, notele fiind înregistrate în tabelul alăturat.

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Frecvenţa (Nr. elevi)	4	6	7	8	5	3	2

a) Reprezentaţi datele prin bare.
b) Calculaţi valoarea medie, dispersia şi mediana pentru selecţia considerată.

3. Se consideră graful din figura alăturată:
a) Arătaţi că graful este regulat.
b) Daţi un exemplu de ciclu elementar cu 3, 4, 5 muchii.
c) Să se afle numărul de cicluri elementare (două cicluri sunt diferite dacă diferă măcar printr-o muchie).



4. Dintr-o urnă cu 15 bile numerotate de la 1 la 15 se extrage la întâmplare o bilă. Se cere probabilitatea ca numărul înscris pe bila extrasă să fie:
a) un număr par;
b) un număr prim;
c) un număr divizibil cu 3.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ
9 martie 2013

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera teoretică, profil umanist

CLASA A XII-A

1. Se consideră matricele: $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

a) Demonstrați că $A^4=B^3$.
b) Calculați AB – BA + C.
c) Determinați matricea X astfel încât $AX+XB=I_2$.

2. Avem o foaie de hârtie pe care în prima etapă o împărțim în 5 bucăți. În a doua etapă, una dintre aceste bucăți este din nou împărțită în alte 5 bucăți. Apoi, în a treia etapă, una din bucățile obținute în etapa a doua, este împărțită în 5 bucăți. Acest procedeu se repetă de mai multe ori după aceeaşi regulă.
a) Câte bucăți de hârtie se obțin: în a doua etapă, a treia etapă, a patra etapă?
b) După repetarea acestui procedeu de mai multe ori, Claudiu şi Cristina au numărat pe rând bucățile obținute. Claudiu a spus că sunt 2012 bucăți, iar Cristina a spus că sunt 2013 bucăți. Cine a numărat corect?

3. Într-un reper cartezian ortogonal (XOY) se consideră punctele A(2,3), B(2m+1,2) şi C(3,2m+2), m fiind un număr real.
a) Demonstrați că aria triunghiului ABC este $S_{ABC}=\frac{1}{2}\left[(2m-1)^2+1\right]$.
b) Determinați m pentru care aria triunghiului ABC este minimă.

4. Fie a, b, c, x, y cinci numere întregi şi matricea $M=\begin{pmatrix}1 & a & 0\\ 0 & b & x\\ y & 0 & c\end{pmatrix}$.

Doi elevi, Teodor şi Octavian, joacă următorul joc:
Teodor dă o valoare lui a, apoi Octavian dă o valoare lui x.
După aceea, Teodor dă o valoare lui b şi apoi Octavian dă o valoare lui y.
În final, Teodor dă o valoare lui c.
Câştigă Teodor numai dacă $|\det M|=1$.
Precizați tripletele (a, b, c) care asigură victoria lui Teodor, oricare ar fi alegerile făcute de Octavian.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*