

Olimpiada Nationala de Matematica  
etapa locala- 16 februarie 2013  
Clasa a V-a

Subiecte

Varianta 3

1. Fie numerele:

$$a = 27^{2^3} : 81^6 + 2013^{0^{2013}} - 2$$

$$b = (2^{1+2+3+\dots+20} + 3 \cdot 2^{210}) : 2^{210}$$

$$c = (2^5 \cdot 2^8)^4 : 32^{10} - 1^{2013}$$

Aflați a, b, c și apoi stabiliți:

- i) câte numere naturale de trei cifre se pot forma cu a, b și c;
- ii) câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu a, b și c.

Codeci Daniel

2. Fie S suma numerelor naturale  $\overline{abc}$  pentru care:  $\overline{abc} = 11(a+b+c) + \overline{cba}$ . Justificați dacă S este pătrat perfect.

Vucan Laura și Molea F. Gheorghe

3. Se dau numerele naturale a și b,  $a > b$ . Dacă la împărțirea lui a la diferența lor obținem câtul 2 și restul 3, care este câtul și cât este restul împărțirii lui b la diferența numerelor ?

(Gazeta matematică Nr. 3- 2011)

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se noteaza de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 2 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 16 februarie 2013

Clasa a V-a

VARIANTA 3

BAREM DE CORECTARE:

1.  $a = 0$  ..... 1p

$b = 4$  ..... 1p

$c = 3$  ..... 1p

i) Dacă numărul este  $\overline{xyz}$ ,  $x \in \{3; 4\}$ , iar  $y$  și  $z \in \{0; 3; 4\} \Rightarrow$  ..... 1p

se pot forma  $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$  numere. .... 1p

ii) Se formează numai numerele: 304; 340; 403 și 430  $\Rightarrow$  4 numere distincte. .... 2p

2. a) Pentru a obține suma minimă Luca trebuie să cumpere 5 kg cu prețul de 4 lei și câte un kg din celelalte. Atunci suma minimă este  $5 \cdot 4 + 5 + 6 = 31$  lei. .... 2p

Pentru a obține suma maximă Luca trebuie să cumpere 5 kg cu prețul de 6 lei și câte un kg din celelalte. Atunci suma maximă este  $5 \cdot 6 + 5 + 4 = 39$  lei ..... 2p

b) Pentru a cumpăra cel mai mare număr de kilograme cu suma de 47 de lei, trebuie cumpărate cât mai multe kg din cele cu prețul mai mic. Atunci se poate cumpăra un kg de 6 lei, un kg de 5 lei, iar de restul, adică 36 de lei se cumpără  $36 : 4 = 9$  kg. .... 2p

Deci numărul maxim de kg este 11. .... 1p

3.  $\overline{abc} = 11(a + b + c) + \overline{cba} \Leftrightarrow$

$100a + 10b + c = 11a + 11b + 11c + 100c + 10b + a \Leftrightarrow$  ..... 1p

$88a = 11b + 110c \Leftrightarrow 8a = b + 10c \Leftrightarrow \overline{cb} = 8a$  ..... 1p

$a = 2 \Rightarrow \overline{cb} = 16 \Rightarrow \overline{abc} = 261$  ..... 1p

Analog, pentru  $a \in \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$  se obțin numerele

$\overline{abc} \in \{342, 423, 504, 684, 765, 846, 927\}$  ..... 2p

Suma acestor numere este  $S = 4752$ . .... 1p

Deoarece cifra unităților este 2, rezultă că S nu este un pătrat perfect. .... 1p

4.  $a : (a - b) = 2 \text{ rest } 3, a - b > 3 \Rightarrow$  ..... 1p

$a = 2(a - b) + 3 \Rightarrow$  ..... 2p

$a = 2a - 2b + 3 \Rightarrow 2b = a + 3 \Rightarrow b = (a - b) + 3 \Rightarrow$  ..... 2p

Câtul este 1 și restul 3. .... 2p