

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 21 FEBRUARIE 2016

CLASA A VI-A, SUBIECTE

1. Suma a patru numere naturale este 2598. Determinați cele patru numere naturale știind că unul dintre ele este număr prim, iar celelalte trei numere sunt consecutive.

*Ionuț Mazalu, Brăila*

2. Fie unghiurile adiacente suplementare  $\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle BOC$  și  $[OM]$ ,  $[OP]$ ,  $[OT]$  bisectoarele unghiurilor  $\sphericalangle BOC$ ,  $\sphericalangle AOM$ ,  $\sphericalangle MOC$ . Dacă  $[OB']$  este semidreapta opusă semidreptei  $[OB]$  și  $m(\sphericalangle TOB') = 120^\circ$ , atunci determinați  $m(\sphericalangle POM)$ .

*Ciprian Dobraniș, Brăila*

3. Fie punctele  $O$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  coliniare, în această ordine. Punctele  $S$ ,  $T$ ,  $Q$  sunt mijloacele segmentelor  $[OA]$ ,  $[OB]$  și  $[OC]$ . Dacă lungimea segmentului determinat de mijloacele segmentelor  $[ST]$  și  $[TQ]$  este egală cu 12 cm, atunci determinați lungimea segmentului  $[AC]$ .

*Daniela Stănică, Brăila*

4. Determinați numărul de forma  $\overline{abc}$  astfel încât  $10 \cdot \left( \frac{\overline{ab}}{c} - 1 \right) + \frac{\overline{bc}}{a} = 82$ .

*Nicolae Stănică, G.M.*

**Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este de două ore.**

**2. Listele cu elevii calificați la etapa județeană și baremele vor fi afișate la avizierul unităților școlare și pe site-ul [matematicabr.weebly.com](http://matematicabr.weebly.com).**

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ, 21 FEBRUARIE 2016**  
**CLASA A VI-A, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE**

1. Suma a patru numere naturale este 2598. Determinați cele patru numere naturale știind că unul dintre ele este număr prim, iar celelalte trei numere sunt consecutive.

*Ionuț Mazalu, Brăila*

**Soluție.**

$$a + a + 1 + a + 2 + p = 2598 \Rightarrow 3 \cdot a + p = 2595 \dots\dots\dots 2p$$

$$3 \cdot a : 3, 2595 : 3 \Rightarrow p : 3, p \text{ prim} \Rightarrow p = 3 \dots\dots\dots 3p$$

$$3 \cdot a = 2592 \Rightarrow a = 864, a + 1 = 865, a + 2 = 866 \dots\dots\dots 2p$$

2. Fie unghiurile adiacente suplementare  $\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle BOC$  și  $[OM]$ ,  $[OP]$ ,  $[OT]$  bisectoarele unghiurilor  $\sphericalangle BOC$ ,  $\sphericalangle AOM$ ,  $\sphericalangle MOC$ . Dacă  $[OB']$  este semidreapta opusă semidreptei  $[OB]$  și  $m(\sphericalangle TOB') = 120^\circ$ , atunci determinați  $m(\sphericalangle POM)$ .

*Ciprian Dobraniș, Brăila*

**Soluție.**

$$\text{Fie } m(\sphericalangle MOT) = m(\sphericalangle TOC) = x \Rightarrow m(\sphericalangle BOT) = 3 \cdot x = 60^\circ \Rightarrow x = 20^\circ \dots\dots\dots 3p$$

$$m(\sphericalangle BOC) = 80^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AOB) = 100^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AOM) = 140^\circ \dots\dots\dots 3p$$

$$m(\sphericalangle POM) = 140^\circ : 2 = 70^\circ \dots\dots\dots 1p$$

3. Fie punctele  $O$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  coliniare, în această ordine. Punctele  $S$ ,  $T$ ,  $Q$  sunt mijloacele segmentelor  $[OA]$ ,  $[OB]$  și  $[OC]$ . Dacă lungimea segmentului determinat de mijloacele segmentelor  $[ST]$  și  $[TQ]$  este egală cu 12 cm, atunci determinați lungimea segmentului  $[AC]$ .

*Daniela Stănică, Brăila*

**Soluție.**

$$\text{Fie } OA = x, AB = y, BC = z \Rightarrow OS = SA = \frac{x}{2}, OT = TB = \frac{x+y}{2}, OQ = QC = \frac{x+y+z}{2} \dots\dots\dots 3p$$

$$ST = \frac{x+y}{2} - \frac{x}{2} = \frac{y}{2}, TQ = \frac{x+y+z}{2} - \frac{x+y}{2} = \frac{z}{2} \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{y+z}{4} = 12 \Rightarrow y+z = 48 \Rightarrow AC = 48 \text{ cm} \dots\dots\dots 2p$$

4. Determinați numărul de forma  $\overline{abc}$  astfel încât  $10 \cdot \left( \frac{\overline{ab}}{c} - 1 \right) + \frac{\overline{bc}}{a} = 82$ .

*Nicolae Stănică, G.M.*

**Soluție.**

$$\frac{10 \cdot \overline{ab}}{c} + \frac{\overline{bc}}{a} = 92 \text{ sau } \frac{\overline{ab0}}{c} + \frac{\overline{bc}}{a} = 92 \text{ sau } \frac{\overline{abc} - c}{c} + \frac{\overline{abc} - 100a}{a} = 92 \dots\dots\dots 3p$$

$$\frac{\overline{abc}}{c} - 1 + \frac{\overline{abc}}{a} - 100 = 92 \text{ sau } \overline{abc} \cdot \left( \frac{1}{c} + \frac{1}{a} \right) = 193 \text{ sau } \overline{abc} \cdot (a+c) = 193 \cdot a \cdot c \dots\dots\dots 2p$$

Deoarece 193 este număr prim, obținem că  $\overline{abc} : 193 \dots\dots\dots 1p$

Deci  $\overline{abc} \in \{193; 386; 579; 772; 965\}$  și doar 386 verifică relația din enunțul problemei.....1p