

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală 28.02.2015
CLASA a VIII-a

Subiectul 1 (7 puncte)

1. a) Determinați toate perechile de numere întregi (x,y) care verifică egalitatea:
$$2x^2 - 5xy + 2y^2 = 27$$

b) Să se demonstreze inegalitatea

$$\sqrt{\frac{x(y+z)}{3}} + \sqrt{\frac{y(x+z)}{3}} + \sqrt{\frac{z(x+y)}{3}} \leq \frac{5}{6}(x+y+z) \quad \forall$$

$x, y, z \in \mathbf{R}_+$

Subiectul 2 (7 puncte)

2. Determinați numerele naturale a și b dacă numerele $\frac{a^2+b}{b^2-a}$ și $\frac{b^2+a}{a^2-b}$ sunt întregi.

Subiectul 3 (7 puncte)

3. Prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ are $AB = AA'$.
- a) Determinați poziția punctului $T \in (BB')$ pentru care perimetrul triunghiului $A'TC'$ este minim.
- b) Demonstrați că $(BAC') \perp (TA'C)$

Subiectul 4 (7 puncte)

4. O piramidă patrulateră $VABCD$ are toate muchiile congruente și aria laterală de $36\sqrt{3}$ cm^2 .
- a) Demonstrați că piramida este regulată;
- b) Arătați că două muchii laterale opuse sunt perpendiculare.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Punctajul minim de calificare la etapa județeană a olimpiadei de matematică este de 14 puncte.