

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN PRAHOVA
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
- ETAPA LOCALĂ, 16.02.2013 -
CLASA A X-A
Subiecte

1. a. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$. Demonstrați că f e injectivă dacă și numai dacă $a \geq 0$.
- b. Fie funcția $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^4 + ax + b$. Demonstrați că g nu poate fi nici injectivă, nici surjectivă, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}$.

Prof. Claudiu Militaru, Ploiești

2. Fie $a, b, c > 0$ cu $ab^2c^3 = 64$. Determinați a, b, c știind că $(a^a \cdot b^b \cdot c^c)^3 \leq (abc)^{a+b+c}$.

Prof. Petre Năchilă, Ploiești

3. Se dau mulțimile $A = \{x + ix^2 \mid x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x + i(x-1) \mid x \in \mathbb{R}\}$. Determinați

$a \in A$, $b \in B$ astfel încât $|z_1 - z_2| \geq |a - b|$ pentru orice $z_1 \in A$, $z_2 \in B$.

Prof. Emil Vasile, Ploiești

4. Fie a, b, c trei numere complexe distincte de același modul r . Știind că numerele $a - bc, b - ac, c - ab$ sunt reale, determinați valoarea lui r .

Gazeta Matematică, 2012

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.**