# OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
## ETAPA LOCALĂ
**28 februarie 2015**

## CLASA A V-A

**1.)** **a)** Dacă $a+3b=120$ şi $4b+4c=160$, atunci calculaţi suma $2a+9b+3c$.

**b)** Determinaţi toate numerele naturale de forma $\overline{ab}$ care satisfac egalitatea:

$\overline{ab} = 4a + + 3b$ .

**2.)** Care sunt acele numere naturale care împărţite la 27 dau restul egal cu pătratul câtului?

**3.)** Se consideră şirul de numere : 3, 8, 13, 18, … în care fiecare termen, începând cu al doilea, este cu 5 mai mare decât precedentul.

**a)** Aflaţi al 103-lea termen al şirului.

**b)** Al câtelea termen al şirului este numărul 1913 ?

**c)** Calculaţi suma primilor 150 de termeni ai şirului.

**4.)** Determinaţi mulţimile $A$, $B$ şi $C$ astfel încât să fie îndeplinite simultan condiţiile următoare: **a)** $A \cap C = \{2\}$;

**b)** $A \cap B = \{3\}$;

**c)** $A \cup B = \{x \mid 2 \leq x < 6\}$;

**d)** $A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6\}$;

**e)** $A \setminus C = \{3\}$;

**f)** $B \cap C = \{4\}$.

**Notă:**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.**

**Timp de lucru 3 ore**

# OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
## ETAPA LOCALĂ
**28 februarie 2015**

# BAREM
## CLASA A V-A

| | | |
|---|---|---|
| **1.)** | **Din oficiu** | **1p** |
| **a)** | $4b+4c=160 \Rightarrow b+c=40$ | **1p** |
| | $2a+9b+3c=2a+6b+3b+3c=$ | **1p** |
| | $2(a+3b)+3(b+c)=$ | **1p** |
| | $2\cdot 120+3\cdot 40=240+120=360$ | **1p** |
| **b)** | $10a+b=4a+3b$ | **1p** |
| | $3a=b$ | **1p** |
| | Aflarea soluţiilor: $a$=1, $b$=3;  $a$=2, $b$=6;  $a$=3, b=9 | **2p** |
| | Aflarea numerelor: 13, 26, 39 | **1p** |

| | | |
|---|---|---|
| **2.)** | **Din oficiu** | **1p** |
| | Deoarece împărţitorul ese 27, rezultă că restul trebuie să fie mai mic decât 27.<br>Deci  restul poate să fie 0, 1, 2, ..., 25 sau 26. | **1p** |
| | Deoarece restul este egal cu pătratul câtului, iar câtul este un număr natural, rezultă că restul este un pătrat perfect.<br>Dintre numerele 0, 1, 2, ..., 26 pătrate perfecte sunt 0, 1, 4, 9, 16 şi  25, deci restul poate fi 0, 1, 4, 9, 16 sau 25. | **1p** |
| | Când restul este 0, atunci câtul este 0, pentru că $0^2=0$. Atunci numărul căutat este $0\cdot 27+0=0$.<br>Când restul este 1, atunci câtul este 1, pentru că $1^2=1$. Numărul căutat este $1\cdot 27+1=28$.<br>Când restul este 4, atunci câtul este 2, pentru că $2^2=4$. Numărul căutat este $2\cdot 27+4=58$.<br>Când restul este 9, atunci câtul este 3, pentru că $3^2=9$. Numărul căutat este $3\cdot 27+9=90$.<br>Când restul este 16, atunci câtul este 4, pentru că $4^2=16$. Numărul căutat este $4\cdot 27+16=124$.<br>Când restul este 25, atunci câtul este 5, pentru că $5^2=25$. Numărul căutat este $5\cdot 27+25=160$.<br>Deci, numerele căutate sunt 0, 28, 58, 90, 124, 160. | **7p** |

| | | |
|---|---|---|
| **3.)** | **Din oficiu** | **1p** |
| **a)** | Al 103-lea termen este $5\cdot 102+3=513$ | **3p** |
| **b)** | $5\cdot n+3=1913$, $n=382$, deci al 383-lea termen | **3p** |
| **c)** | $3+8+\ldots+748=(3+748)\cdot 150/2=56325$ | **3p** |

| | | |
|---|---|---|
| **4.)** | **Din oficiu** | **1p** |
| | $A \cup B = \{x \mid 2 \le x < 6\} = \{2, 3, 4, 5\}$<br>$1 \in A \cup C \Rightarrow 1 \in A$ sau $1 \in C$, dar $1 \notin A \cup B \Rightarrow 1 \notin A$ şi $1 \notin B$. Deci $1 \in C$.<br>$5 \in A \cup B \Rightarrow 5 \in A$ sau $5 \in B$, dar $5 \notin A \cup C \Rightarrow 5 \notin A$ şi $5 \notin C$. Deci $5 \in B$.<br>$6 \in A \cup C \Rightarrow 6 \in A$ sau $6 \in C$, dar $6 \notin A \cup B \Rightarrow 6 \notin A$ şi $6 \notin B$. Deci $6 \in C$. | **4p** |
| | $A \cap C = \{2\} \Rightarrow 2 \in A$ şi $2 \in C$, dar $2 \notin A \cap B \Rightarrow 2 \notin B$<br>$B \cap C = \{4\} \Rightarrow 4 \in B$ şi $4 \in C$, dar $4 \notin A \cap C \Rightarrow 4 \notin A$<br>$A \cap B = \{3\} \Rightarrow 3 \in A$ şi $3 \in B$<br>$A \setminus C = \{3\} \Rightarrow 3 \notin C$ | **3p** |
| | Deci $A = \{2, 3\}, B = \{3, 4, 5\}, C = \{1, 2, 4, 6\}$ | **2p** |