**Olimpiada Națională de Matematică -etapa locală**

**15 februarie 2015-PITEȘTI**

**Clasa a IX-a**

**SUBIECTE:**

1. a) Să se demonstreze că triunghiurile  şi  au acelaşi centru de greutate dacă şi numai dacă 

b) În planul triunghiului ABC se consideră punctele M, N, P astfel încât , , . Fie  centrele de greutate ale triunghiurilor AMP, BNM, CPN. Să se demonstreze că triunghiurile ABC şi  au acelaşi centru de greutate.

1. Fie  şi  numere reale. Să se determine minimul expresiei , 

\*\*\*

1. Fie  şi  astfel încât . Să se arate că  este pătratul unui număr raţional.
2. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale sistemul:

 

 unde 

**Notă:**

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru 3 ore.

**Olimpiada de Matematică- etapa locală**

**15 februarie 2015-PITEȘTI**

**Clasa a IX-a**

# BAREM de CORECTARE si NOTARE:

1. a) Fie  centrele de greutate ale celor două triunghiuri şi O un punct din plan.

 Avem:  , , ...................................... (2 p)

   , ,

 , ....................................................................................................... (2 p)

b) , ................................... (3 p)

1. Pentru , , avem , cu egalitate pentru ,(1)

 ............................................................................................................................................... (2 p)

i)Dacă , folosind (1) obţinem:

 , , ş.a.m.d.

Se obţine , atins pentru , ....................................................................................................................................... (2 p)

Ii)Dacă , folosind (1) avem:  şi , atins pentru , ............. (3 p)

Obs. 

1. Ridicând la pătrat relaţia din enunţ, obţinem:

 , (1) , ......................................................................... (2 p)

 Prelucrând (1), găsim:

 , , .... (3 p)

 Dacă , cerinţa este îndeplinită, .................................................................................. (1 p)

 Pentru ,  , ..................................................... (1 p)

1. Se disding cazurile
2. , sistemul devine: 

 Prin scăderea celor două ecuaţii obţinem  , ecuaţia nu are soluţii, ..................(2 p)

1. , , sistemul devine:  .

 Prin adunarea celor două ecuaţii obţinem .

 Rezultă:  ,  , , ................................................................................. (2 p)

1. , , sistemul devine:  .

 Prin adunarea celor două ecuaţii obţinem .

 Rezultă:  ,  , contradicţie cu , ecuaţia nu are soluţii, ........ (2 p)

1. , , sistemul devine:  .

 Prin adunarea celor două ecuaţii obţinem , ecuaţia nu are soluţii,............... (1 p)

 Soluţia sistemului este: 

**Notă:**

Orice altă soluţie corectă se punctează corespunzător.