Inspectoratul Şcolar Judeţean
Harghita

Varianta 1

Olimpiada de matematică – clasa a VII-a
etapa zonală – 15 februarie 2014

1. Se consideră proporţiile $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$ şi $\frac{b}{4}=\frac{c}{5}$, unde $a,b \in \mathbf{Z}$.
Să se calculeze valorile lui a şi b dacă $ab+bc=69$

2. Să se demonstreze că $\sqrt{2^0+2^1+2^2+\ldots+2^{2013}} \in \square - \square$

3. Şase cavaleri s-au aşezat în jurul unei mese rotunde. Vârsta fiecăruia este media aritmetică a vârstelor cavalerilor vecini. Arătaţi că suma mediilor geometrice a vârstelor oricăror doi cavaleri vecini este multiplu de 6.

4. În rombul ABCD, M şi N sunt mijloacele laturilor BC şi respectiv DC, P şi Q sunt intersecţiile dreptelor AB cu DM, respectiv BN cu AD, iar R este simetricul lui A faţă de punctul C. Să se demonstreze că:
a) punctele P, C, Q sunt coliniare.
b) patrulaterul APRQ este romb cu latura egală cu dublul laturii rombului dat.

5. În trapezul ABCD, AB||CD, (AM este bisectoarea unghiului CAB, $M \in [BC]$ astfel încât [BM] ≡ [MC] şi $DM \cap AB = \{E\}$.
Ştiim, că AC = 10 cm, BC = 12 cm, DC = 6 cm şi AM = 8 cm.
a) Arătaţi că DBEC este paralelogram.
b) Să se afle aria trapezului ABCD şi aria paralelogramului DBEC.
c) Să se afle lungimea segmentului OC, unde $AC \cap BD = \{O\}$.

Bencző Piroska, Szász Diana

Inspectoratul Şcolar Judeţean
Harghita

Varianta 2

Olimpiada de matematică – clasa a VII-a
etapa zonală – 15 februarie 2014

1. Să se determine elementele mulţimii
$A=\left\{\overline{abcd} \,\middle|\, \sqrt{\overline{abc5}}+\sqrt{\overline{bc5}}+\sqrt{\overline{c5}}=105\right\}$.

2. Ştiind că $\frac{a^2+b^2}{c^2}=\frac{b^2+c^2}{a^2}=\frac{c^2+a^2}{b^2}$, $a,b,c \in \mathbf{Z}^*$
a) Să se arate că $|a|=|b|=|c|$.
b) Dacă $ac-ab=50$, să se determine valorile lui a, b şi c!

3. Să se rezolve în $\mathbf{Z}\times\mathbf{Z}$ ecuaţia $a^2+b^2+7(b-a)=54$.

4. În triunghiul dreptunghiuc *ABC* cateta *AC* este mai scurtă decât cateta *BC*. *F* este mijlocul ipotenuzei *AB*. Notăm cu *T* piciorul perpendicularei din *A* pe *CF*. Fie *N* un punct pe *AB* astfel încât $AN=\frac{1}{4}AB$. Să se determine aria triunghiului *ABC* dacă $m(TNA)=60^\circ$ şi *AB*=4cm?

5. În triunghiul isoscel MNP (*MN*=*MP*), (*MS* este bisectoarea unghiului NMP, $S \in NP$. Fie $R \in (MS)$ un punct, astfel încât $3\cdot RS = MS$. Pe semidreapta (*NR* luăm punctul *Q* astfel încât $R \in (NQ)$ *şi* $3\cdot RQ = 2\cdot NQ$. Să se demonstreze că MNPQ este paralelogram. Fie T intersecţia diagonalelor paralelogramului.
Să se demonstreze că $A_{MRT}=\frac{1}{12}A_{MNPQ}$ şi $A_{NRS}=A_{MRT}$.

Péterfi Margit, Popa Ionela, Popa Cristian