Olimpiada Naţională de Fizică
Timişoara 2016
Proba teoretică

XI

SUBIECTUL I Oscilații mecanice nu tocmai obișnuite

1. O particulă de masă m, care se poate mişca numai pe direcţia Ox, se află într-un câmp unidimensional al cărui potenţial este descris de dependenţa:

$$U(x) = \frac{a}{x^2} - \frac{b}{x}$$

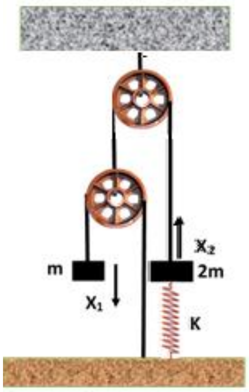
unde a și b sunt constante pozitive. Arată că perioada micilor oscilaţii ale particulei, atunci când aceasta este scoasă din poziţia de echilibru, poate fi scrisă sub forma:

$$T = 4\pi\sqrt{\frac{2a^3}{b^4}m}\ .$$

În rezolvarea problemei vei ţine seama că forţa care acţionează asupra particulei este $-dU/dx$ *; dacă îţi este necesar ai în vedere că pentru valori mici ale lui* x *este validă relaţia* $(1+x)^n \cong 1+nx$ *.*

(4,5 puncte)

2. Consideră sistemul din figura alăturată. Scripeţii sunt ideali, resortul nu are masă iar corpurile cu masele m_1 și m_2 au dimensiuni geometrice neglijabile. Sistemul se află la momentul iniţial în echilibru. În starea de echilibru, centrele corpurilor m_1 și m_2 se află la acelaşi nivel faţă de suprafaţa pământului. Sistemul fiind blocat, pe corpul din stânga se lipeşte un alt corp având masa $m' << m$ după care sistemul este lăsat liber şi începe să efectueze mici oscilaţii. Notează coordonatele corpurilor la un moment dat față de poziția de echilibru cu x_1 și x_2. Se cunosc m', k, l_0 și $m_2 = 2m_1 = 2m$.



a) Scrie expresia energiei totale a sistemului față de poziția de echilibru, la un moment dat.

b) Determină perioada micilor oscilații ale sistemului.

(4,5puncte)

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerinţele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

SUBIECTUL II Rățușcă . . . . cu bile

1. Bile

În rezolvarea acestui subiect neglijează dimensiunile bilelor și timpii de ciocnire. Ciocnirile sunt perfect elastice.

a)*Modelarea propagării unei unde mecanice longitudinale într-un mediu omogen*

Se consideră un șir rectiliniu alcătuit din n bile de masă m fiecare, așezate echidistant, la distanța d una de alta. Primei bile din șir i se imprimă o viteză $\vec{v}_0$ orientată în lungul șirului. Calculează intervalul de timp, Δt_0, în care perturbația atinge ultima bilă din șir.

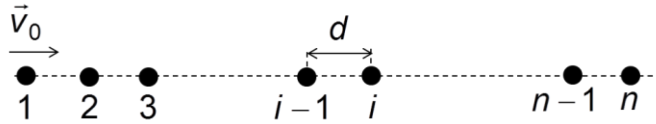


Figura 1.a

(0,5puncte)

b)*Modelarea fenomenelor de reflexie și refracție*

Un al doilea șir este alcătuit din i bile de masă m (modelând un prim mediu) și $n-i$ bile de masă M (modelând mediul al doilea). Bilele sunt așezate echidistant, la distanța d una de alta

Prima bilă (cu masa m) este lansată cu viteza $\vec{v}_0$ în lungul șirului.

i) Calculează intervalul de timp, Δt, în care perturbația parcurge șirul de bile.

ii) Calculează coeficientul de transmisie $T = \dfrac{\text{Energia transmisă în mediul al doilea}}{\text{Energia perturbatiei incidente}}$ și coeficientul de reflexie $R = \dfrac{\text{Energia perturbatiei reflectate}}{\text{Energia perturbatiei incidente}}$.

(1,5puncte)

c)*Modelarea fenomenelor de reflexie și de refracție în cazul prezenței unui mediu intermediar*

Un al treilea șir este alcătuit din i bile de masă m (primul mediu), o bilă cu masa intermediară M' (mediul intermediar) și $n-i$ bile cu masa M (mediul al doilea).

i) Calculează masa bilei intermediare pentru care energia transmisă în mediul al doilea este maximă. *Ia în calcul numai perturbațiile principale datorate ciocnirii ultimei bile cu masa* m *cu bila cu masa* M' *și ciocnirea acesteia cu prima bilă cu masa* M. *Energia rămasă bilei intermediare o considerăm energie absorbită de mediul intermediar.*

ii) Calculează, pentru acest caz, coeficientul de transmisie maxim $T_{\max}$, coeficientul de absorbție $A = \dfrac{\text{Energia absorbită de mediul intermediar}}{\text{Energia pulsului incident}}$ și coeficientul de reflexie R.

iii) Calculează suma $A+R+T$. Ce semnificație are acest rezultat?

iv) Pentru cazul $M = 9m$ calculează câștigul în transferul de energie între bilele de masă m și bilele de masă M, în cazul utilizării unui mediu intermediar adecvat ($T_{\max}$), față de cazul în care acest mediu lipsește (T calculat la subpunctul b)

(3 puncte)

---

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

2. Rățușca

O rățușcă se deplasează rectiliniu și uniform într-un bazin cu apă cu adâncime mica (lungimea de undă a undei generate de rățușcă este mult mai mare decât adâncimea bazinului).

a) Viteza de propagare a undelor gravitaționale generate în acest caz este funcție de accelerația gravitațională, g, și de adâncimea apei , h .Determină expresia vitezei de propagare a acesteia unde utilizând analiza dimensională. Coeficientul numeric în dependenţa determinată este egal cu unitatea.

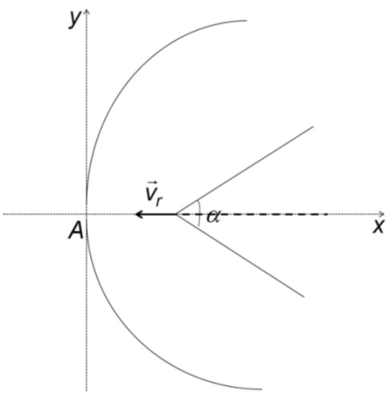
(1 punct)

b) În timpul deplasării cu viteza $\vec{v}_r$, în urma rățuștei rămâne un siaj cu deschiderea la vârf α ca în figură. Calculează adâncimea bazinului.

(1 punct)

c) Suprafața bazinului este circulară, cu raza R. Rățușca se îndreaptă spre o deschidere, A, din peretele bazinului, în lungul diametrului care trece prin deschidere. Considerând R suficient de mare, pentru a admite că este valabilă aproximația paraxială, determină, în sistemul Axy, coordonatele punctelor în care perturbația produsă de undele reflectate este maximă.

(2 puncte)



1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerinţele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

SUBIECTUL III Pendule conice electrice

1.*Un corp mic de masă m şi sarcină q este legat la un capăt al unui fir de lungime ℓ și masă neglijabilă; celălalt capăt al firului este fixat. Ansamblul este situat într-un câmp electric uniform de intensitate E având direcţie verticală. Corpul mic este pus în mișcare astfel încât descrie un cerc în plan orizontal – în timp ce firul întins mătură o pânză de con.*

Să se determine perioada τ a pendulului conic astfel construit în funcţie de: distanţa x dintre planul de rotaţie al corpului şi punctul de fixare, mărimile m, q, E şi accelerația gravitațională g.

(3 puncte)

2.*Proprietăţile dielectrice ale substanţei sunt legate de prezenţa dipolilor electrici permanenţi sau induşi - aceştia fiind perechi de sarcini $+q$, $-q$ separate printr-o distanţă x. Pentru fiecare dipol se defineşte momentul dipolar ca fiind un vector orientat de la sarcina $-q$ la sarcina $+q$ și având modul $p = q \cdot x$. Momentul dipolar al unităţii de volum se numeşte polarizare $\vec{P}$. La aplicarea unui câmp electric de intensitate E asupra unui material în care apare polarizarea P, între mărimile care îl caracterizează se stabileşte relaţia : $\varepsilon E = \varepsilon_0 E + P$, ε şi ε_0 fiind respectiv constantele dielectrice ale materialului şi vidului. Viteza luminii depinde de caracteristicile mediului transparent (permeabilitatea sa magnetică μ și permitivitatea sa dielectrică ε) conform relației $c = 1/\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}$.*

Vei considera că în atomul de hidrogen electronul descrie o traiectorie circulara de rază a_B în jurul nucleului şi că raza acestei traiectorii nu se modifică la aplicarea câmpului electric E. Vei considera de asemenea că, sub acţiunea câmpului electric separarea x a centrelor sarcinilor pozitive şi negative este foarte mică, astfel încât $(x/a_B)^2 \cong 0$. Vei considera sarcina negativă ca fiind uniform distribuită de-a lungul traiectoriei circulare descrise de electron; centrul sarcinii negative fiind centrul traiectoriei circulare a electronului.

2.1. Determină expresia mărimii c_H - viteza luminii în hidrogenul atomic aflat în condiţii normale de presiune (p_0)şi temperatură(T_0).

(5,5 puncte)

2.2. Determină valoarea numerică a vitezei luminii în hidrogenul atomic aflat în condiții normale de presiune și temperatură.

(0,5 puncte)

Pentru hidrogenul atomic, permeabilitatea magnetica relativă este $\mu_r = 1$. Consideră cunoscute: $T_0 = 273K$, $p_0 = 10^5 N \cdot m^{-2}$, $k_B = 1{,}38062 \times 10^{-23} J \cdot K^{-1}$, $a_B = 0{,}52917 \times 10^{-10} m$, viteza luminii în vid $c_0 = 2{,}99792 \times 10^8 m \cdot s^{-1}$

© Subiecte propuse de:
Profesor Ion TOMA - Colegiul Naţional „Mihai Viteazul”, Bucureşti
Profesor Viorel SOLSCHI- Colegiul Naţional „Mihai Eminescu”, Satu Mare
Conf. dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de fizică, Universitatea Bucureşti

Olimpiada Naţională de Fizică
Timişoara 2016
Proba teoretică
Barem

XI

SUBIECTULI Oscilații mecanice nu tocmai obișnuite	10	10
1. $U(x)=\frac{a}{x^2}-\frac{b}{x}$ Poziția de echilibru se realizează dacă $U(x)$ are valoare minimă. Se pune deci condiția ca $\frac{dU}{dX}=0$ $\frac{dU}{dx}=-\frac{2a}{x^3}+\frac{b}{x^2}=0$	0,5	4,5
Cu soluția $x_0=\frac{2a}{b}$. Măsurând distanța față de poziția de echilibru și notând-o cu x' $x'=x-\frac{2a}{b}$ expresia fortei $F=-\frac{dU}{dx}=\frac{2a}{x^3}-\frac{b}{x^2}$ devine $F=\frac{2a}{(x'+\frac{2a}{b})^3}-\frac{b}{(x'+\frac{2a}{b})^2}=\frac{2a}{\left(\frac{2a}{b}\right)^3}\left(1+\frac{bx'}{2a}\right)^{-3}-\frac{b}{\left(\frac{2a}{b}\right)^2}\left(1+\frac{bx'}{2a}\right)^{-2}$	2	
Dacă se presupune că expresia $\frac{bx'}{2a}$ ia o valoare mica, atunci utilizând dezvoltarea binomialăși reținând termeniiîn x' vom obtine: $F=-\frac{b^4x'}{8a^3}$	1	
Aceleratia se poate scrie: $a=\frac{F}{m}=-\frac{b^4x'}{8a^3m}=-\omega^2x'$	0,5	
Unde $\omega=\sqrt{\left(\frac{b^4}{8a^3m}\right)}$ deci, $T=\frac{2\pi}{\omega}=4\pi\sqrt{\left(\frac{2a^3}{b^4}m\right)}$	0,5	

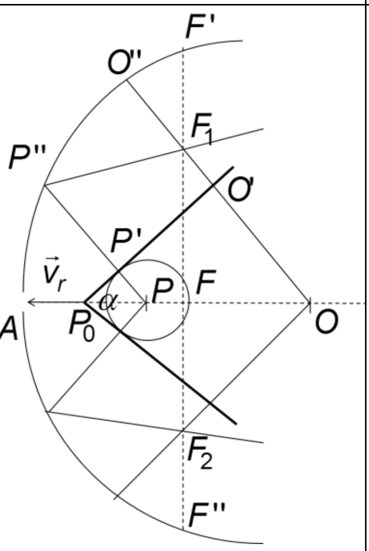
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

2. În poziția inițială resortul nu este deformat astfel încât în cursul oscilației $E=\frac{1}{2}(m_1+m')(\dot{x}_1)^2+\frac{1}{2}(2m_1)(\dot{x}_2)^2+\left[-(m_1+m')gx_1+2(m_1)gx_2+\frac{1}{2}kx_2^2\right]$ $x_1=2x_2$ $E=\frac{1}{2}(m_1+m')(\dot{x}_1)^2+\frac{1}{4}(m_1)(\dot{x}_1)^2+\left[-g(m_1+m')x_1+m_1gx_1+\frac{1}{8}kx_1^2\right]$ $E=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}m_1+m'\right)(\dot{x}_1)^2+\left[-gm'x_1+\frac{1}{8}kx_1^2\right]$	1,5	**4,5**
Energia totală este constantă în timp și deci	0,5	
$\frac{dE}{dt}=\left(\frac{3}{2}m_1+m'\right)(\dot{x}_1)(\ddot{x})+\left[-gm'+\frac{1}{4}kx_1\right]\dot{x}_1=0$	0,5	
Prin urmare $\left(\frac{3}{2}m_1+m'\right)\ddot{x}_1+\frac{1}{4}kx_1-m'g=0$ relație care descrie oscilația $\ddot{x}_1+\frac{kx_1}{4\left(\frac{3}{2}m_1+m'\right)}-\frac{m'g}{\frac{3}{2}m_1+m'}=0$	1,5	
care are pulsația $\omega=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{\frac{3}{2}m_1+m'}}$ și perioada $T=4\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}m_1+m'}{k}}$	0,5	
Oficiu	1	**1**

SUBIECTUL II Rățușcă.....cu bile	10	**10**
1. Bile		
a) *Modelarea propagării unei unde mecanice longitudinale într-un mediu omogen* Ciocnirea fiind elastică și masele bilelor egale, după fiecare ciocnire bila ”ciocnitoare” rămâne în repaus iar bila ”ciocnită” pleacă în mișcare cu viteza $\vec{v}_0$. Lungimea șirului este $(n-1)d$. Intervalul de timp în care șirul este parcurs de perturbație este $\Delta t=\frac{(n-1)d}{v_0}$.	0,5	**5**
b) *Modelarea fenomenelor de reflexie și refracție*	0,5	

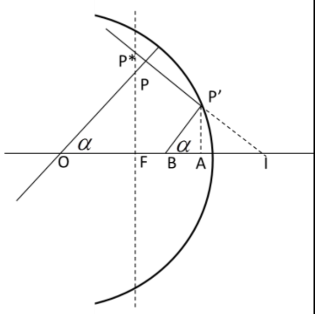
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

i) Studiind ciocnirea perfect elastică se obțin vitezele $v'_0 = \frac{m-M}{m+M}v_0$, viteza cu care perturbația se întoarce în primul mediu, și $v = \frac{2m}{m+M}v_0$ viteza cu care perturbația se propagă în mediul al doilea. Rezultă că $\Delta t = \frac{d}{2mv_0}\left[m(n+i-1)+(n-i-1)M\right]$.		
ii) $T = \dfrac{\frac{Mv^2}{2}}{\frac{mv_0^2}{2}} = \dfrac{4mM}{(m+M)^2}$ și $R = \dfrac{\frac{mv'^2_0}{2}}{\frac{mv_0^2}{2}} = \left(\dfrac{m-M}{m+M}\right)^2$.	1	
c) *Modelarea fenomenelor de reflexie și de refracție în cazul prezenței unui mediu intermediar* i) Analizând ciocnirea dintre ultima bilă de masă m și bila cu masa M' se obține viteza perturbației reflectate în primul mediu $v_r = \frac{m-M'}{m+M'}v_0$ și viteza perturbației transmise în mediul intermediar $v' = \frac{2m}{m+M'}v_0$. Analizând ciocnirea dintre bila de masă M' și bila de masă M obținem viteza bilei M după ciocnire $v_t = \frac{2M'}{M'+M}v' = \frac{4mM'}{(m+M')(M'+M)}v_0$ și viteza bilei M' după ciocnire $v'_r = \frac{M'-M}{M'+M}v' = \frac{2m(M'-M)}{(M'+M)(m+M')}v_0$. Energia transmisă mediului al doilea, $\frac{Mv_t^2}{2}$ este maximă atunci când viteza perturbației în acest mediu este maximă, deci atunci când $\frac{dv_t}{dM'} = 0$. Rezolvând ecuația obținem $M' = \sqrt{mM}$.	1,5	
ii) Înlocuind această valoare în ecuațiile anterioare obținem: $v_r = \frac{\sqrt{m}-\sqrt{M}}{\sqrt{m}+\sqrt{M}}v_0$, $v_t = \frac{4m}{(\sqrt{m}+\sqrt{M})^2}v_0$ și $v'_r = \frac{2\sqrt{m}(\sqrt{m}-\sqrt{M})}{(\sqrt{m}+\sqrt{M})^2}v_0$. Cu aceste valori obținem: $T_{max} = \frac{16mM}{(\sqrt{m}+\sqrt{M})^4}$, $R = \left(\frac{\sqrt{m}-\sqrt{M}}{\sqrt{m}+\sqrt{M}}\right)^2$ și $A = \frac{4\sqrt{mM}(\sqrt{m}-\sqrt{M})^2}{(\sqrt{m}+\sqrt{M})^4}$	0,5	
iii) Înlocuind, obținem: $A+T+R=1$ care este legea de conservare a energiei pentru cazul studiat.	0,5	

Înlocuind, obținem: $A+T+R=1$ care este legea de conservare a energiei pentru cazul studiat.		
iv) Vom calcula variația relativă a coeficientului de transmisie în cele două cazuri: $\dfrac{T_{\max}-T}{T}=\dfrac{\dfrac{16mM}{(\sqrt{m}+\sqrt{M})^4}-\dfrac{4mM}{(m+M)^2}}{\dfrac{4mM}{(m+M)^2}}=\dfrac{4(m+M)^2}{(\sqrt{m}+\sqrt{M})^4}-1=\dfrac{9}{19}$, deci are loc o creștere a energiei transmise cu $\approx 56\%$.	0,5	
2. Rățușca		
a) Dimensiunile vitezei, accelerației gravitaționale și ale adâncimii sunt $[v]=\dfrac{L}{T}$, $[g]=\dfrac{L}{t^2}$ și $[h]=L$. Deoarece $v=v(g,h)$, din analiza dimensională rezultă $\dfrac{L}{t}=\left(\dfrac{L}{t^2}\right)^{\alpha}L^{\beta}$. Se pot scrie relațiile $1=\alpha+\beta$ și $-1=-2\alpha$. Din cele două relații obținem: $\alpha=\dfrac{1}{2}$ și $\beta=\dfrac{1}{2}$, deci $v=\sqrt{gh}$.	1	
b) Considerăm unda de șoc $P_0P'O'$ produsă de rățușcă. Aceasta intersectează axa OA în punctul P_0, care reprezintă poziția momentană a rățuștii, și este tangentă la frontul de undă cu centrul în P generat la un moment anterior. Distanța $PP_0=v\Delta t$, iar $PP'=v_r\Delta t$. Deoarece triunghiul $PP'P_0$ este dreptunghic putem scrie: $\sin\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{v}{v_r}=\dfrac{\sqrt{gh}}{v_r}$, deci $h=\dfrac{v_r^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}{g}$.	1	
c) Peretele bazinului se comportă ca o oglindă cilindrică cu raza de curbură R. Având în vedere că suntem în aproximația fasciculelor paraxiale, focarul oglinzii, F, se găsește la jumătatea distanței dinte centrul de curbură al bazinului, O, și deschiderea A. Am reprezentat planul focal $F'FF''$ perpendicular în P pe OA. Considerăm unda de șoc produsă de rățușcă $P_0P'O'$. Aceasta intersectează axa OA în punctul P_0 care reprezintă poziția momentană a rățuștii și este tangentă la frontul de undă cu centrul în P generat la un moment anterior. PP'', perpendiculară pe P_0O', este una dintre razele care indică deplasarea frontului de undă. Raza $OO'O''$ care trece prin centrul de curbură va fi  	2	4

reflectată pe aceiași direcție. Punctul în care aceasta intersectează planul focal, F_1, reprezintă punctul prin care vor trece toate razele paralele cu aceasta. Evident că mai există un punct simetric F_2. Se obțin imediat coordonatele celor două puncte: $F_1(\frac{R}{2},\frac{R}{2}ctg\frac{\alpha}{2})$ și $F_2(\frac{R}{2},-\frac{R}{2}ctg\frac{\alpha}{2})$

Demonstrația următoare nu se punctează.

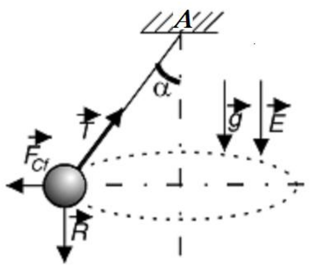


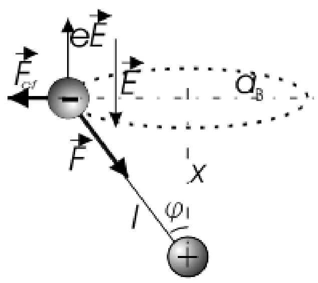
Pentru a demonstra că, în cazul aproximației fasciculelor paraxiale, razele de lumină care provin dintr-un fascicul incident paralel se întâlnesc într-un punct situat în planul focal al oglinzii sferice concave, punct care coincide cu cel în care o semidreaptă (rază) paralelă cu fasciculul și care trece prin centrul de curbură al suprafeței sferice din care face parte oglinda intersectează planul focal vom procedam în felul următor: Considerăm oglinda concavă din figură. În aproximația fasiculelor paraxiale, legea punctelor optic conjugate se scrie sub forma: $\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}=\frac{2}{R}$. *Dacă obiectul se află la distanță foarte mare de oglindă,* $x_1 \to -\infty$, *adică razele care provin de la un punct al acestuia sunt paralele, se obține* $x_2=\frac{R}{2}=f$ *iar punctul de pe axul optic principal care se află la această distanță de vârful* V *al oglinzii se notează cu* F *și se numește focarul oglinzii. Planul perpendicular pe axul optic principal care trece prin* F *se numește planul focal al oglinzii. O rază care trece prin centrul de curbură va fi reflectată pe același drum (legile reflexiei: unghiul de incidență este, în acest caz,* $i=0$, *deci și unghiul de reflexie este* $r=0$*). Notăm cu* P *punctul în care această rază intersectează planul focal. Putem scrie relația* $tg\alpha=\frac{FP}{OF}=\frac{FP}{\frac{R}{2}}$, *deci* $FP=\frac{R}{2}tg\alpha$.

Considerăm un fascicul incident paralel care face unghiul α *cu axul optic principal al oglinzii. Una dintre razele fasciculului intersectează axul optic principal în punctul* B *situat la distanța* a *de vârful oglinzii și este incidentă pe oglindă în punctul* P'. *Această rază se reflectă, conform legii reflexiei, în așa fel încât imaginea punctului* B *în oglindă se va găsi la distanța* b.

$\frac{1}{b}+\frac{1}{-a}=\frac{2}{-R}$, *deci putem scrie relația* $a=\frac{Rb}{R+2b}$. *Fie punctul* P^* *intersecția razei reflectate cu planul focal. În continuare vom lucra cu valorile absolute ale lungimilor segmentelor. Este evident că triunghiurile* $P'AI$ *și* P^*FI *sunt*

asemenea. Deoarece suntem în aproximația fasciculelor paraxiale punctele A și V sunt foarte apropiate și putem admite că cele două coincid. Putem scrie $\frac{AP'}{FP^*}=\frac{b}{f+b}$ *și* $tg\alpha=\frac{AP'}{BA}\cong\frac{AP'}{BV}=\frac{AP'}{a}$. *Din cele două relații rezultă că* $FP^*=\frac{R}{2}tg\alpha$, *deci* $FP^*=FP$, *deci punctele* P^* *și* P *coincid. Deoarece am luat în considerare o rază oarecare din fascicul rezultă că toate razele vor fi reflectate prin același punct din planul focal, punct care coincide cu cel prin care trece o rază paralelă cu fasciculul care trece prin centrul optic.*		
Oficiu	1	**1**

SUBIECTUL III Pendule conice electrice	10	**10**
1. Pentru înţelegerea comportamentului dipolilor induşi, se începe cu o modelare mecanică simplă. Corpul de masă m şi sarcină q este supus acţiunii a patru forţe : tensiunea din fir, $\vec{T}$, forţa centrifugă $\vec{F}$, greutatea $\vec{G}=m\cdot\vec{g}$, şi forţa electrică $\vec{F}_E=q\cdot\vec{E}$ - ultimele două acţionând pe aceeaşi direcţie. 	0,5	**3**
În funcţie de sensul şi modulul rezultantei $\vec{R}=\vec{G}+\vec{F}_E$ a acestor doua forţe mişcarea circulară a corpului se desfăşoară: 1. într-un plan care conţine capătul fix A al firului (dacă $\vec{R}=0$), 2. într-un plan aflat sub punctul A dacă $G>F_E$ şi respectiv 3.într-un plan aflat peste punctul A dacă $G<F_E$ şi forţa electrică este îndreptată pe verticală în sus.	0,5	
Dacă r este raza traiectoriei circulare descrise de corp iar x este distanţa dintre planul traiectoriei şi punctul A, condiţia de staţionaritate a mişcării pendulului conic este : $tg\alpha=\frac{r}{x}=\frac{m\cdot\omega^2\cdot r}{R}$ Perioada mişcării pendulului conic este dată de expresia generală: $\tau=2\pi\sqrt{\frac{m\cdot x}{R}}$	0,5	
Valorile explicite ale perioadei sunt date respectiv de:	0,25	

$\tau_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{m \cdot x}{m \cdot g + q \cdot E}}$		
pentru cazul forţei electrice îndreptate în jos respectiv $\tau_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{m \cdot x}{m \cdot g - q \cdot E}}$	0,25	
pentru forţă electrică îndreptată în sus dar mai mică în modul decât greutatea şi $\tau_3 = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{m \cdot x}{-m \cdot g + q \cdot E}}$	0,5	
pentru cazul în care forţa electrică îndreptată în sus este mai mare decât greutatea (caz în care pânza pendulului conic are vârful în jos). Dacă $G = F_E$ mişcarea este circulara pentru orice ω, perioada τ_1 a mişcării fiind deci oarecare.	0,5	
2.1 Într-o modelare foarte simplă, se propune calculul indicelui de refracţie şi a vitezei luminii în hidrogen; Atomul de hidrogen, văzut în modelul Bohr, este alcătuit din nucleu şi un electron care gravitează în jurul nucleului pe o traiectorie circularăcu raza a_B ; la aplicarea unui câmp electric exterior planul traiectoriei electronului se deplasează astfel încât nucleul nu mai este conţinut în acest plan. Dacă - de exemplu - câmpul electric exterior este pulsat, planul traiectoriei oscilează de o parte şi de alta a nucleului rămânând perpendicular pe direcţia câmpului electric; se produce interacţiunea dintre materie şi câmpul electromagnetic. Dipolii electrici apăruţi datorită deplasării planului traiectoriei electronului faţă de nucleu sunt responsabili de proprietăţile dielectrice ale materialului. Când se aplică un câmp electric extern de intensitate $\vec{E}$, planul orbitei electronului din atomul de hidrogen se deplasează pe o distanţă x rămânând perpendicular pe direcţia liniilor de câmp; traiectoria nu-şi modifică forma. Analogia cu pendulul conic de la punctul anterior al problemei se poate face prin punerea în corespondenţă a tensiunii din fir cu forţa de interacţiune electrostatică dintre nucleu şi electron. Staţionaritatea sistemului se realizează dacă :	0,5	**6**
$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{x}{\ell} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + a_B^2}} = \dfrac{x}{a_B\sqrt{(x/a_B)^2 + 1}} \cong \dfrac{x}{a_B} \\ \cos\varphi = \dfrac{e \cdot E}{F} = \dfrac{e \cdot E}{e^2/(4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \ell^2)} = \dfrac{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot E \cdot a_B^2}{e} \end{cases}$ 	1	
momentul dipolar apărut datorită deplasării planului orbitei electronului este dat de $p = x \cdot e = 4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot a_B^3 \cdot E$	0,5	
Ţinând cont de ecuaţia de stare pentru gaz, $p_0 \cdot V = N \cdot k_B \cdot T_0$ (N fiind numărul de atomi)	0,5	

polarizarea are expresia : $P=\frac{p_0}{k_B\cdot T_0}\cdot 4\pi\cdot\varepsilon_0\cdot E\cdot a_B^3$	1	
Cum pe de altă parte, aşa cum rezultă din enunţ: $P=\varepsilon_0\cdot(\varepsilon_r-1)\cdot E$ rezultă pentru permitivitatea dielectrică relativă a gazului expresia: $\varepsilon_r=\frac{p_0}{k_B\cdot T_0}\cdot 4\pi\cdot a_B^3+1$	1	
Hidrogenul nu are proprietăţi magnetice speciale ($\mu_r=1$ - conform enunțului), astfel că viteza luminii în gazul de hidrogen atomic $c_H=\frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r\cdot\mu_r}}=\frac{c_0}{\sqrt{1+\frac{4\pi\cdot a_B^3\cdot p_0}{k_B\cdot T_0}}}\cong c_0\cdot\left(1-\frac{1}{2}\cdot\frac{4\pi\cdot a_B^3\cdot p_0}{k_B\cdot T_0}\right)$ În expresie, $c_0=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\cdot\mu_0}}$	1	
2.2 Rezultatul numeric rezultând din formula de mai sus este , $c_H\cong c_0\cdot\left(1-\frac{1}{2}\cdot\frac{4\pi\cdot a_B^3\cdot p_0}{k_B\cdot T_0}\right)=2{,}99785 m/s$ Valoare careeste într-o concordanţă remarcabil de bună cu măsurările de indice de refracţie pentru hidrogen, certificând faptul că modelul simplu propus şi utilizat în problemă este corect	0,5	
Oficiu	1	**1**

© Baremepropuse de:
Profesor Ion TOMA - ColegiulNaţional „MihaiViteazul”, Bucureşti
ProfesorViorelSolschi- ColegiulNaţional „MihaiEminescu”, Satu Mare
Conf. dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de fizică, UniversitateaBucureşti

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.