Inspectoratul Şcolar Judeţean Tulcea

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Faza locală, 28.februarie.2015
CLASA a VIII-a

Subiectul I

Să se determine $x \in \mathbb{R}$ ştiind că

$$\left[\sqrt{\sqrt{x^2+4}+x}+\sqrt{\sqrt{x^2+4}-x}\right]=2,$$

unde cu [x] se notează partea întreagă a numărului x.

Subiectul II

Determinaţi valorile întregi ale lui x şi y astfel încât

$$x-3y+4=0 \quad \text{şi} \quad \sqrt{x^2+7y^2+8x+8y+4} \in \mathbb{Q}$$

Subiectul III

Fie $ABCA'B'C'$ o prismă triunghiulară regulată în care $AB=a$, $AA'=\frac{a\sqrt{6}}{2}$, R centrul feţei $ACC'A'$.

a) Determinaţi distanţa de la R la AB.

b) Dacă M este mijlocul lui $[AB]$ iar $Q \in [MC']$ astfel încât $MQ=\frac{1}{3}MC'$, calculaţi RQ.

c) Demonstraţi că planele (ABC') şi (BCA') sunt perpendiculare.

	BAREM CLASA a VIII-a	
Sub. I	$2 \leq \sqrt{\sqrt{\boldsymbol{x^2+4}}+\mathbf{x}}+\sqrt{\sqrt{\boldsymbol{x^2+4}}-\mathbf{x}}<\mathbf{3}$ Aplicare binom la pătrat, produsul sumei cu diferenţa Finalizare, $x \in \left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$	1 p 2+2 p 2p
Sub. II	$x+4=3y$ $x^2+7y^2+8x+8y+4=(x+4)^2+7y^2+8y-12=16y^2+8y-12=$ $=(4y+1)^2-13$ $\sqrt{x^2+7y^2+8x+8y+4} \in \mathbb{Q}$ dacă $(4y+1)^2-13=k^2, k \in \mathbb{Q}$ $(4y+1+k)(4y+1-k)=13$ Analizând cazurile posibile, soluţia este x=-10, y=-2	1p 2p 2p 2p
Sub. III	Fie N mijlocul lui [BC], P mijlocul lui [AC]. a) Fie PS⊥AB. Din Th celor trei perpendiculare d(R;AB)=RS. RS=$\frac{3a}{4}$ **b)** Q= centrul de greutate al ΔABC' RQ=$\frac{1}{3}$RB=$\frac{a\sqrt{2}}{4}$ **c)** Fie MT⊥RB , dem. că unghiul între cele două plane este $\widehat{MTN}$. Se verifică reciproca Th. Pitagora în ΔMNT, finalizare.	1p 1p 1p 1p 2p 1p