**INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SIBIU**

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

**ETAPA LOCALĂ, 28.02.2015**

**Clasa a XI-a**

**1.** Fie , unde  este mulţimea permutărilor de ordinul *n*, iar *H* are proprietatea: . Arătați că:

**(4p**) **a)** , unde *e* este permutarea identică.

**(3p) b)** .

*\*\*\**

**2.** Se consideră matricea *A*= , unde *a*, *b*, *c* sunt lungimile laturilor unui triunghi, iar *ha*, *hb* , *hc* sunt lungimile înalţimilor triunghiului.

**(5p) a)** Arătați că .

**(2p) b)** În ce condiții avem ?

*GM 12/2014*

**3.** Se consideră șirul și , pentru orice *n* număr natural.

**(3p) a)** Arătaţi că şirul  este monoton și nemărginit.

**(4p) b)** Calculaţi limitele următoarelor şiruri: .

*Petru Vlad*

**4.** Fie funcțiile , unde.

**(3p) a)** Determinaţi ecuațiile asimptotelor funcției .

**(4p) b)** Demonstrați că  există și are loc inegalitatea .

*Liana Agnola*

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.

**Barem de corectare OLM 2015 Clasa a XI-a**

**1. a)** Fie σ ∈ *H*; {σ , σ2 , σ3...}⊂ *H*. Cum *Sn*este finită, există *k* ∈ *N*\*astfel încât σ**k**= *e* ......**(4p)**

**b)** σk = e ⟹ σ-1=σk-1 ∈ *H* ......................................................................................................**(3p)**

**2. a)** Folosind *S* = = = .........................................................................................**(1p)**

 .....................................................................**(4p)**

**b)** Egalitatea are loc în triunghiul echilateral .......................................................................**(2p)**

**3. a) **, deci crescător ...........................................................**(1p)**

Orice șir monoton are limită , deci  .................................................................**(1p)**

Trecând la limită în relația de recurență se obține l = ...............................................**(1p)**

(***SAU*** se poate folosi inducția pentru a arăta ca )

**b)**  ...............................................................................**(1p)**

 .....................................................................................................**(1p)**

Se aplică Lema lui Stoltz și se obține  .....................................................................**(2p)**

**4.a)** , deci nu există asimptote orizontale ...................................................**(1p)**

 asimptotă oblică spre -∞ ..................................................................................**(1p)**

 asimptotă oblică spre +∞ ...................................................................................**(1p)**

**b)**  ...................................**(2p)**

 .........**(2p)**

(Inegalitatea se poate dovedi și cu metoda inducției matematice.)