Ministerul Educaţiei Naţionale
Societatea de Ştiinţe Matematice din România

Matematika tantárgyverseny
Megyei szakasz, 2013. március 9.

V. OSZTÁLY

1. feladat.

a) Számítsd ki: $5^3 + 6^3 + 7^3 + 11^3$;

b) Igazold, hogy 2015^{2014} felírható négy teljes köb összegeként!

Gazeta Matematică

2. feladat. Határozd meg azokat a nullától különböző a, b, c számjegyeket, amelyekre fennáll az $\overline{ab}^2 = \overline{cab}$ egyenlőség!

3. feladat. Az A természetes szám n darab nullától különböző számjegyből áll, ahol $n \geq 1$. A B számot úgy kaptuk az A számból, hogy az A számjegyeit valamilyen módon összekevertük és így $A + B = 10^n$.

a) Ha $n = 3$, adj egy példát a feladatbeli feltételeket teljesítő A és B számra!

b) Igazold, hogy n páratlan szám!

c) Igazold, hogy A felírásában van legalább egy 5-ös számjegy!

4. feladat. Adott az $M = \{2^1, 2^2, 2^3, ..., 2^{15}\}$ halmaz.

a) Van-e három olyan nem üres A, B, C halmaz, amelyek páronként diszjunktak, $A \cup B \cup C = M$, és mindhárom halmazon belül az elemek szorzata ugyanannyi?

b) Van-e három olyan nem üres X, Y, Z halmaz, amelyek páronként diszjunktak, $X \cup Y \cup Z = M$, és mindhárom halmazon belül az elemek összege ugyanannyi?

Munkaidő 2 óra + 30 perc kérdésekre.
Minden feladatra 7 pont szerezhető.

Ministerul Educaţiei Naţionale
Societatea de Ştiinţe Matematice din România

Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa Judeţeană şi a Municipiului Bucureşti, 9 Martie 2013

CLASA a V-a

Problema 1. a) Calculaţi $5^3 + 6^3 + 7^3 + 11^3$;

b) Arătaţi că numărul 2015^{2014} poate fi scris ca o sumă de patru cuburi perfecte.

Gazeta Matematică

Problema 2. Determinaţi cifrele nenule $a,\ b,\ c$ astfel încât $\overline{ab}^2 = \overline{cab}$.

Problema 3. Se consideră un număr natural A scris cu n cifre nenule, $n \geq 1$. Numărul B este obţinut din numărul A prin rearanjarea cifrelor acestuia. Ştiind că $A + B = 10^n$ se cere:

a) Pentru $n = 3$, daţi un exemplu de numere A şi B cu proprietatea din enunţ.

b) Arătaţi că n este număr impar.

c) Demonstraţi că în scrierea lui A există cel puţin o cifră egală cu 5.

Problema 4. Se consideră mulţimea $M = \{2^1, 2^2, 2^3, ..., 2^{15}\}$.

a) Există trei mulţimi, $A,\ B,\ C$, nevide şi disjuncte două câte două astfel încât $A \cup B \cup C = M$, iar produsul elementelor fiecărei mulţimi să fie acelaşi?

b) Există trei mulţimi, $X,\ Y,\ Z$, nevide şi disjuncte două câte două astfel încât $X \cup Y \cup Z = M$, iar suma elementelor fiecărei mulţimi să fie aceeaşi?

Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.