OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
CLASA a V-a
16.02.2013

Subiectul I.(30 puncte)

Fie numerele : $x = 2^{101} \cdot 2^{102} \cdot 2^{103} \cdot \ldots \cdot 2^{150}$, $y = 1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{6274}$ şi

$z = 2^{6275} - 2^{6274} - 2^{6273} - \ldots - 2^3 - 2^2 - 2$.

a) Comparaţi numerele x şi $y+1$;

b) Arătaţi că $2z(x+y+1)$ este pătrat perfect.

prof. Măgdaş Elena, Şcoala Gimnazială "Horea" Cluj-Napoca

Subiectul II.(20 puncte)

Aida are o problemă:

Dacă împarte numărul de bomboane pe care le are la 11 îi rămân 9, dacă împarte la 5 îi rămân 2. Câte bomboane îi rămân dacă împarte la 55?

prof. Anca Cristina Hodorogea, ISJ Cluj

Subiectul III.(20 puncte)

Şapte este unul dintre numerele considerate magice de-a lungul istoriei omenirii : există 7 minuni ale lumii antice, 7 minuni ale Evului Mediu, 7 continente, 7 mări, curcubeul are 7 culori, 7 zile ale săptămânii denumite după cei 7 zei romani care la rândul lor au fost numiţi după cele 7 planete ce se puteau observa cu ochiul liber, buburuza are şapte puncte, 7 note muzicale, etc.

Scrieţi numărul $a = 1 + 6 + 6 \cdot 7 + 6 \cdot 7^2 + \ldots + 6 \cdot 7^{776}$ folosind doar patru cifre de 7. Aflaţi ultima cifră a acestui număr.

prof.Vasile Şerdean, Şcoala Gimnazială nr. 1 Gherla

Subiectul IV.(20 puncte)

Amaya şi Keiko sunt două fetiţe din Osaka. Ele locuiesc la acelaşi etaj într-un bloc cu două scări, cu câte 5 apartamente la fiecare etaj. La parterul blocului sunt magazine. Apartamentele sunt numerotate în ordine crescătoare, începând de la etajul I. Amaya locuieşte la apartamentul 28, iar Keiko la apartamentul 164. Câte etaje are blocul?

prof. Sorin Borodi, Liceul Teoretic "Alexandru Papiu Ilarian" Dej

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

Barem clasa a V-a
(OLM 2013-etapa locală)

Of. 10 p

Subiectul I.

a) $x = 2^{6275}$ **(10 puncte)**

$y + 1 = 2^{6275} \Rightarrow x = y + 1$ **(10 puncte)**

b) $z = 2^{6275} - 2^{6274} - 2^{6273} - \dots - 2 = 2$ **(7 puncte)**

$2 \cdot z(x + y + 1) = 2 \cdot 2 \cdot (2^{6275} + 2^{6275}) = (2^{3139})^2$ **(3 puncte)**

Subiectul II.

T. împ. cu rest $\Rightarrow \begin{cases} x = 11 \cdot c_1 + 9 \\ x = 5 \cdot c_2 + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 11 \cdot (c_1 + 1) \\ x + 3 = 5 \cdot (c_2 + 1) \end{cases}$ **(10 puncte)**

$\begin{cases} 10 \cdot x + 20 = 55 \cdot 2 \cdot (c_1 + 1) \\ 11 \cdot x + 33 = 55 \cdot (c_2 + 1) \end{cases} \Rightarrow x + 55 = 55 \cdot c_3 + 42 \Rightarrow x = 55 \cdot (c_3 - 1) + 42 \Rightarrow r = 42$ **(10 puncte)**

Subiectul III.

$a = 1 + 6 \cdot (1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^{776}) = 7^{777}$ **(15 puncte)**

$u(7^{777}) = 7$ **(5 puncte)**

Subiectul IV.

Evident, fetițele locuiesc pe scări diferite. **(5 puncte)**

Pe prima scară, apartamentul 28 este la etajul 6.

Pe a doua scară primul apartament de la etajul 6 este 161. **(5 puncte)**

Rezultă că pe a doua scară, primul apartament este $161 - 25 = 136$.

Înseamnă ca pe prima scară, ultimul apartament este 135 **(5 puncte)**

135:5=27 de etaje **(5 puncte)**