Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VII-a

1) Ein Trapez *ABCD*, $m(\hat{A}) = 90°$; $AB \parallel CD$ und $CD<AD<BC<AB$ hat der Umfang von 18 cm, aber ihrer Seitenlänge sind durch 4 aufeinander folgenden natürlichen Zahlen gegeben.

a) Bestimmt die Flächenihalt des Trapezes *ABCD*.

b) Berechnet der Abstand von der Punkt *A* zur Gerade *BC*.

c) Wenn $AD \cap BC = \{P\}$, *M* in die Mitte von *(AB)* und $PM \cap AC = \{S\}$, bestimmt das Verhältnis der Flächenihalte des Dreiecks *ASM* und *ASP*.

Gal Ana – Şc. Gimn. Apa

2) Es sei $a = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + . . . +2^{2013}$.

a) Berechnet der Zahl $a + 1$.

b) Bestimmt der Wert der Behauptung $\sqrt{a + 2\sqrt{a+1} + 2}$.

c) Bestimmt $k \in \mathbb{N}$, so dass $\frac{a+k}{14} \in \mathbb{N}$.

Amic Monica – Lic. de Artă

3) Ein Fahrer, die in Punkt *A* ist, wollte ein Weg *AB* zurücklegen. Am ersten Tag legt er ein Zweittel von ein Drittel des Weges zurück, am zweiten Tag legt ein Drittel von ein Vierttel des ganzen Weges, am dritten Tag legt ein Vierttel von ein Fünftel der Distanz *AB*, usw. Bezeichnet man *C* die Mittelpunkt der Strecke *AB*, mit M_1 Mittelpunkt der Strecke *AC* und für jede $n \geq 2,\ n \in \mathbb{N}$ bezeichnet mit M_n die Mittelpunkt der Strecke $M_{n-1}C$.

a) Nach wie vielle Tagen erreicht der Fahrer in den Punkt M_2? Aber in den Punkt M_4?

b) Nach wie vielle Tagen erreicht der Fahrer in den Punkt M_n, wo $n \geq 2,\ n \in \mathbb{N}$?

Wenn *AB*=100 km, nach wie vielle Tagen wird der Fahrer beim eine Distanz meinstens ein Kilometer im Bezug des Punktes *C* erreichen ?

c) Nach wie vielle Tagen erreicht der Fahrer in den Punkt *C*?

Marciuc Daly – Col. Naț. „Mihai Eminescu"

4) Im Dreieck *ABC* mit $AB \neq AC$, existiert $M, N \in (BC)$ so, dass $N \in (BM),\ M \in (NC)$ und $\widehat{BAC} \equiv \widehat{ANB} \equiv \widehat{AMC}$. Die Winkelhalbierenden des Winkels $\hat{B}$ und $\hat{C}$, schneidet *AM* , bzw. *AN* in die Punkten *X* und *Y*.Wenn $XY \parallel BC$, dann :

a) Zeigt, dass $\frac{CN}{AC} = \frac{BM}{AB}$.

b) Zeigt, dass das Dreieck *AMN* gleichschenklig ist .

c) Bestimmt $m(\widehat{BAC})$.

Braica Petru – Şc. Gimn. „Grigore Moisil"

Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VII-a

Barem de corectare

Problema 1. $CD = x, P_{ABCD} = 4x + 6$ (1 punct)

$x = 3$ (1 punct)

$A_{ABCD} = 18\ cm^2$ (1 punct)

$A_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot h_1}{2} = \frac{AB \cdot h_2}{2} = 12$ (1 punct)

$d(A, BC) = \frac{24}{5}$ (1 punct)

S centru de greutate în triunghiul *PAB*. (1 punt)

$\frac{A_{ASM}}{A_{ASP}} = \frac{SM}{SP} = \frac{1}{2}$ (1 punct)

Problema 2. $a + 1 = 2^{2014}$ (3 puncte)

$\sqrt{a + 2\sqrt{a+1} + 2} = 2^{1007} + 1$ (2 puncte)

Restul împărțirii lui *a* la 14 este 1. (1 punct)

$k = 14s + 13, s \in \mathbb{N}$ (1 punct)

Problema 3.

După 6 zile călătorul ajunge în M_2. (2 puncte)

După 30 de zile călătorul ajunge în M_4. (1 punct)

După $2^{n+1} - 2$ zile călătorul ajunge în M_n. (2 puncte)

După 98 de zile călătorul ajunge la 1 km de punctul *C*. (1 punct)

Dacă *AB*=*d*, în *k* zile călătorul va parcurge distanța

$AS_k = \left(\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \ldots + \frac{1}{(k+1)(k+2)}\right)d = \frac{k}{2(k+2)}d$, $AS_k \geq AC \Leftrightarrow \frac{k}{2(k+2)} \geq \frac{1}{2}$,

relație imposibilă. (1 punct)

Problema 4. $\frac{CN}{AC} = \frac{NY}{YA} = \frac{MX}{XA} = \frac{BM}{AB}$ (3 puncte)

$AN = AM$ (2 puncte)

$m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$ (2 puncte)