

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BRĂILA
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 09.02.2013

CLASA a XII a

1. Fie (G, \cdot) un grup având elementul neutru e . Arătați că dacă există $f: G \rightarrow G$ morfism injectiv cu proprietatea $f(f(x)) \cdot f(x) = e, \forall x \in G$, atunci G este abelian.

2. Să se determine primitiva F a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dată de

$$f(x) = (1 + 3x^2) \cdot \ln(1 + x^2) \arctg x$$

cu proprietatea $F(0) = 0$

Gazeta Matematică nr.7/2007

3. Să se calculeze:

$$I = \int_0^a \frac{\arcsin \sqrt{\frac{x}{a}}}{x^2 - ax + a^2} dx, a > 0$$

Gazeta Matematică nr.6/2005

4. Fie $\mathbb{Z}_{30} = \{\overline{0}, \overline{1}, \dots, \overline{29}\}$ și

$$\mathbb{Z}_{31}^* = \{\hat{1}, \hat{2}, \dots, \hat{30}\}$$

a) Dacă $f: (\mathbb{Z}_{30}, +) \rightarrow (\mathbb{Z}_{31}^*, \cdot)$ este morfism de grupuri, atunci $f(\overline{18}) \neq \hat{3}$ și există

$g: (\mathbb{Z}_{30}, +) \rightarrow (\mathbb{Z}_{31}^*, \cdot)$ morfism astfel încât $g(\overline{18}) = \hat{1}$

b) Să se rezolve în $(\mathbb{Z}_{31}^*, \cdot)$ ecuația: $\hat{X}^2 = \hat{1}$ și să se calculeze produsul elementelor din $(\mathbb{Z}_{31}^*, \cdot)$

c) Să se dea exemplu de subgrup propriu de ordin 2, 3, 5 din $(\mathbb{Z}_{31}^*, \cdot)$. Există subgrup de ordin 4 în $(\mathbb{Z}_{31}^*, \cdot)$?

Prof. Alexe Gheorghe, Braila

Notă.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Se acordă 7 puncte pentru fiecare subiect.

Timp de lucru 3 ore.