**INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SIBIU**

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

**ETAPA LOCALĂ, 28.02.2015**

**Clasa a XII-a**

**1.** Fie  o funcţie continuă, astfel încât  şi  

**(2p) a)** Calculaţi 

**(5p) b)** Demonstraţi că există  astfel încât 

*Petru Vlad*

**2. (7p)** Fie  un grup şi mulţimea  Demonstraţi că dacă  pentru orice  atunci grupul  este comutativ.

*GM 12/2014*

**3.** Se consideră   Calculați:

**(2p)** **a)** 

**(5p)** **b)**  şi 

*Liana Agnola*

**4.** Se consideră mulţimea  funcţia   şi corespondenţa  unde 

**(4p)** **a)** Arătați că această corespondenţă defineşte legea de compoziţie “” asociativă pe .

**(3p) b)** Arătați că  şi calculați 

**

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.

**Barem de corectare OLM 2015 Clasa a XII-a**

**1. a) ** ................................................................**(2p)**

**b)**  ..............................................**(1p)**

T. de medie  astfel încât  ............................................**(2p)**

 .................................................................................**(2p)**

**(*SAU***

T. de medie pentru  astfel încât  .......**(1p)**

Avem  .............................................................................**(1p)**

A doua inegalitate este evidentă ............................................................................................**(1p)**

Prima inegalitate:



 ................................**(2p))**

**2.** Fie  Trebuie arătat că 

Dacă  sau  egalitatea are loc ...................................................................**(1p)**

Dacă nu, prin ipoteză  şi  Dacă 

 ............................................................**(3p)**

Dacă **** din ipoteză  .......................**(3p)**

**(*SAU*** Prin reducere la absurd, presupunem că  astfel încât 

Atunci  deci  ................................................................................**(1p)**

Arătăm  Presupunem . Deci - contradicţie ........................**(3p)**

Din ipoteză 

Contradicţia arată că ipoteza a fost falsă este abelian .........................................**(3p))**

**3**. **a)**  ................................................................. **(2p)**

**b)** Pentru  se obţine  ........................................................**(2p)**

Pentru  se obţine  .....................................**(2p)**

**** ............................................................**(1p)**

**4. a)** Lege de compoziţie:   ................................. **(1p)**

Demonstrarea celor două inegalităţi ......................................................................................**(2p)**

Asociativitatea .......................................................................................................................**(1p)**

**b)** Verificarea relaţiei  ....................................................**(1p)**

Datorită asociativităţii formula  se extinde la un număr oarecare de factori:  ................................................**(1p)**

Ecuația  are soluția , deci  ....................**(1p)**

**(*SAU*:** Se calculează produsul în mod direct:



)