INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN GORJ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ , CLASA a VII - a

22 FEBRUARIE 2014

SUBIECTUL I

(4p) a) Calculaţi: x= $\sqrt{\left(\frac{12}{11}+\frac{13}{22}+\frac{14}{33}+\ldots+\frac{110}{1089}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{99}\right)}$;

(3p)b)Calculaţi: y= $\left(\frac{1}{1\bullet 4}+\frac{1}{2\bullet 6}+\frac{1}{3\bullet 8}+\ldots+\frac{1}{49\bullet 100}\right)$;

SUBIECTUL II

(7p) Arătaţi că dacă numerele raţionale a şi b indeplinesc simultan condiţiile:

i) $a+b < 4$ şi ii) $ab-2a-2b+4 > 0$, atunci $a < 2$ şi $b < 2$.

SUBIECTUL III

(7p) Se consideră triunghiul ABC, AE bisectoarea $\angle BAC$, astfel incat $[AE] \equiv [EC]$. Aflaţi măsura $\angle ABC$ dacă AC=2AB.

SUBIECTUL IV

In triunghiul ABC, $m(\angle ABC)=2m(\angle ACB)$ şi $AD\perp BC$, $(D\in BC)$. Punctele E şi C sunt situate de o parte şi de alta a dreptei AB astfel incat $BE\perp AE$ şi $\angle EAB \equiv \angle ACB$. Bisectoarea unghiului AED intersectează dreapta AC in M. Dacă $\{H\} = AE \cap BC$, arătaţi că:

(**3p**)a) triunghiurile BHA si AHC sunt isoscele ;

(2p)b) MCDE este paralelogram ;

(2p)c) Perimetrul paralelogramului MCDE este egal cu al triunghiului ABC.

(Gazeta matematică)

BAREM CLASA A VII-A

SUBIECTUL I

a) $11=11\cdot 1; 22=11\cdot 2,...,1089=11\cdot 99$ **(1p);** $\frac{12}{11}-1=\frac{1}{11},\frac{13}{22}-\frac{1}{2}=\frac{1}{11},...,\frac{110}{1089}-\frac{1}{99}=\frac{1}{11}$ **(2p);** $\sqrt{\frac{1}{11}\cdot 99}=3$ **(1p);**

b) $y=\frac{1}{2}(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{49\cdot 50})$ **(1p);** $y=\frac{1}{2}(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+....+\frac{1}{49}-\frac{1}{50})$ **(1p);** $y=\frac{49}{100}$ **(1p)**

SUBIECTUL II

$ab-2a-2b+4=a(b-2)-2(b-2)=(a-2)(b-2)$ **(2p);**

$(a-2)(b-2)>0 \Rightarrow "a-2>0, b-2>0"$ **sau** $"a-2<0, b-2<0"$ **(2p);**

i) $a>2, b>2 \Rightarrow a+b>4$**, imposibil (1p);**

ii) $a<2, b<2 \Rightarrow a+b<4$ **(1p); finalizare (1p).**

SUBIECTUL III

Duc $EF \perp AC$ **(2p);** $\triangle EAC$ **este isoscel (1p);** $\Rightarrow [EF]\equiv[FC]\equiv[FA]$ **(1p);**

$AB=\frac{AC}{2} \Rightarrow [EF]\equiv[AB]$ **(1p);** $\triangle ABE \equiv \triangle AFE (L.U.L)$ **(1p);** $m(\sphericalangle B)=90^\circ$ **(1p).**

SUBIECTUL IV

a) $m(C)=x^\circ \Rightarrow m(BAD)=90-2x^\circ$ **si** $m(CAD)=90-x^\circ$ **(1p);**

$\triangle AHC: m(AHC)+m(HCA)+m(CAH)=180^\circ \Rightarrow m(AHC)=x^\circ$ **(1p); deci** $\triangle BHA$ **si** $\triangle AHC$ **sunt isoscele (1p);**

b) DE **mediana in** $\triangle DAH \Rightarrow [DE]\equiv[AE] \Rightarrow \triangle EAD$ **isoscel,** EG **bisectoare** $\Rightarrow EG\perp AD$ **si** $DC\perp AD \Rightarrow EG \parallel DC$ **(1p);**

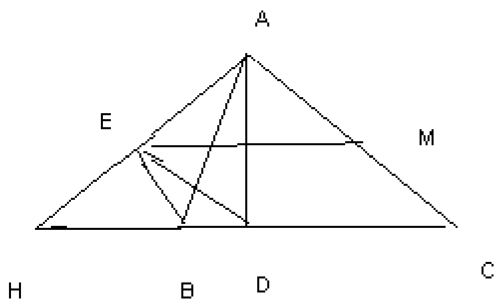
$[DE]\equiv[HE] \Rightarrow m(EDB)=x^\circ=m(C) \Rightarrow DE \parallel MC$ **(1p);**

c) EM **linie mijlocie in** $\triangle AHC \Rightarrow [AM]\equiv[MC]$**;** $MCDE$ **paralelogram** $\Rightarrow [MC]\equiv[DE],[ME]\equiv[CD]$**;**

$P_{\triangle ABC}=AB+BC+AC=AB+BD+DC+MC+MA=$

$BH+BD+DC+MC+MA=$ **(2p)**

$HD+DC+MC+MC=2DC+2MC=P_{DCME}$


A
E
M
H
B
D
C