

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 09. 02. 2013

CLASA a VII-a

1. În trapezul $ABCD$ de baze $[AB]$ și $[CD]$ se consideră punctul M mijlocul segmentului $[BC]$. Bisectoarele unghiurilor ABC și BCD se intersectează în punctul L . Demonstrați că dreptele ML și AB sunt paralele.

2. Determinați numărul natural x , știind că:

$$x = \left[\sqrt{1 \cdot 2} \right] + \left[\sqrt{2 \cdot 3} \right] + \left[\sqrt{3 \cdot 4} \right] + \dots + \left[\sqrt{2012 \cdot 2013} \right],$$

unde $[a]$ este partea întreagă a numărului real a .

3. Fie n un număr natural compus. Să se arate că există numerele naturale $k > 1$ și $a_1, a_2, \dots, a_k > 1$ astfel încât

$$a_1 + a_2 + \dots + a_k = n \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_k} \right).$$

Petre Bătrânețu, Galați

4. Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC în care $m(\sphericalangle C) = 2 \cdot m(\sphericalangle A)$ și $AC = 2 \cdot BC$.

Marcel Chiriță, București

Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.
2. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.