Inspectoratul Şcolar Judeţean
Harghita

Varianta 1

Olimpiada de matematică – clasa a VIII-a
etapa zonală – 15 februarie 2014

1. Să se demonstreze:

a) $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2, \forall a,b\in \mathbf{R}_+^*$

b) $\left(\frac{1}{x}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{y}+1\right)\geq 4,$ unde $x,y\in \mathbf{R}^*$ şi $x=\frac{a}{a^2+a+1}$, $y=\frac{a}{a^2-a+1}$

2. Să se determine numerele întregi x,y şi z ştiind că îndeplinesc condiţiile:

$(1)\, xz+z=xyz$, $(2)\, yz+x=xyz+1$ şi $(3)\, xz+y=xyz$

3. Să se rezolve următoarele ecuaţii:

a) $|x+1|+|y-1|=2$, unde $x,y\in \square$;

b) $\left|x+\sqrt{8-2\sqrt{7}}\right|+\left|y-\sqrt{16-6\sqrt{7}}\right|=0$, unde $x,y\in \square$.

4. Fie dreptunghiul *ABCD*, *N* mijlocul laturii (*BC*) şi $MA\perp(ABC)$. Să se calculeze distanţa de la punctul *M* la dreapta *DN*, dacă $MA=CD=6cm$ şi $MD=4\sqrt{3}cm$.

5. Se consideră triunghiul *ABC* dreptunghic în *B*, în care $AB=BC=6\sqrt{2}$ cm. Fie punctul *E*, aflat la distanţa de 16 cm de planul triunghiului astfel ca $EA\perp AB$ şi $EC\perp BC$.

a) Demonstraţi, că $EB\perp AC$!

b) Să se afle distanţa dintre dreptele *EB* şi *AC* (lungimea perpendicularei comune)!

Baricz Levente, Simon József

Inspectoratul Şcolar Judeţean
Harghita

Varianta 2

Olimpiada de matematică – clasa a VIII-a
etapa zonală – 15 februarie 2014

1. Fie numerele reale $a_1, a_2, \ldots, a_{2014}$ astfel încât

$$\sqrt{(a_1-1)^2}+\sqrt{(a_2+2)^2}+\sqrt{(a_3-3)^2}+\ldots+\sqrt{(a_{2014}+2014)^2}\leq 0$$

Să se calculeze suma $S=a_1+a_2+\ldots+a_{2014}$

2. a) Să se determine numerele $a\in\mathbf{Z}$, pentru care

$$\frac{\sqrt{19+8\sqrt{3}}-\sqrt{8+2\sqrt{15}}+\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{a-2}\in\mathbf{Z}$$

b) Să se rezolve în mulţimea numerelor naturale ecuaţia

$$3x^2(xy+y+1)-x(xy-2)=2013$$

3. Bunica împarte mere pentru nepoţi. Cel mai mic primeşte un măr plus o zecime din ce a mai rămas. Al doilea primeşte 2 mere plus o zecime din ce a mai rămas. Al treilea 3 mere plus o zecime din ce a mai rămas şi aşa mai departe până s-au terminat merele. La sfârşit au constatat că fiecare a primit acelaşi număr de mere. Câţi nepoţi a avut bunica şi câte mere a primit fiecare?

4. Se consideră cubul $ABCDA'B'C'D'$. Dacă AC∩BD={O}, iar punctul M este centrul de greutate al triunghiului BCB', arătaţi că $D'O$ este perpendiculară pe planul (AMC).

5. Fie ABCD un trapez dreptunghic, cu $AB\parallel CD$, $m(A)=90^o$, $AB=4cm$, $AD=3cm$. Pe planul trapezului se ridică perpendiculara MD. Ştiind că $d(M,BC)=MB=13cm$ să se calculeze:

a) lungimea segmentului AC

b) distanţa de la punctul M la planul (ABC)

c) distanţa de la punctul M la dreapta AB

Fazekas Emese, Ionescu Doina