

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**
Etapa locală 09.02.2013**CLASA a X-a****Subiectul 1 (7 puncte)**

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale sistemul:

$$3^x - 2^y = 19$$

$$3^y - 2^x = 19$$

Supliment Gazeta Matematică 11/2012

Subiectul 2 (7 puncte)

a) Fie z_1 și z_2 două numere complexe diferite astfel încât $|z_1| = |z_2|$.

Să se arate că $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ avem $|z_1 + \alpha z_2| = |z_2 + \alpha z_1|$.

b) Fie z_1 și z_2 două numere complexe diferite. Să se arate că dacă există

$\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ astfel încât $|z_1 + \alpha z_2| = |z_2 + \alpha z_1|$ atunci $|z_1| = |z_2|$.

Subiectul 3 (7 puncte)

Dacă $z_i \in \mathbb{C}$, $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ sunt distincte și au proprietățile $z_1 + z_3 = z_2 + z_4$ și $z_1 + iz_2 = z_3 + iz_4$, atunci $\exists z \in \mathbb{C}$ astfel încât $|z - z_1| = |z - z_2| = |z - z_3| = |z - z_4|$.

Subiectul 4 (7 puncte)

Fie $a > 1$ și $b \geq 0$. Să se rezolve ecuația:

$$\log_{a^a+b} x = \log_{a^a+b} n,$$

unde $n \in \mathbb{N}^*$.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Punctajul minim de calificare la etapa județeană a olimpiadei de matematică este de 14 puncte.