



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Locală - Maramureș , clasa a VI -a

**Subiectul nr. 1**

- (4p) a) Aflați numărul natural  $n$  știind că :  $n^{2015} - 1 = 4 + 4 \cdot 5 + 4 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^3 + \dots + 4 \cdot 5^{2014}$
- (3p) b) Arătați că  $5^{2015} - 5$  se divide cu  $4 \cdot 5 \cdot 6$

**Subiectul nr. 2**

- (7p) Fie  $a$  și  $b$  două numere naturale nenule. Arătați că  $9$  divide  $(3 \cdot a + 2 \cdot b)$  dacă și numai dacă  $9$  divide  $(2013 \cdot a + 2014 \cdot b)$ .

**Subiectul nr. 3**

- (4p) a) Două unghiuri suplementare au o latură comună, iar bisectoarele lor formează un unghi cu măsura de  $60^\circ$ . Determinați măsurile unghiurilor.

*(E:14553, GM 10/2013)*

- (3p) b) Dacă  $A, B, C, D$  sunt patru puncte situate pe o dreaptă, în această ordine, arătați că :  $AC \cdot BD = AD \cdot BC + AB \cdot CD$

*(Culegere de probleme pentru cls.IV-VIII, Carburaru C. Ed. Sigma VI.G.2.b.)*

*Timp de lucru 3 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*

*Subiecte selectate și prelucrate de:*

prof. Tomoiaga Ioan, Colegiul Național „Dragos Vodă” Sighetu Marmăției.

prof. Bizau Ioan, Școala Gimnazială Nr. 2 Sighetu Marmăției

## BAREM DE EVALUARE

Cls. a VI- a (VAR2) Olimpiada locala

### Subiectul nr. 1

- a)  $4+4\cdot 5+4\cdot 5^2+4\cdot 5^3+\dots+4\cdot 5^{2014}=(5-1)+(5-1)\cdot 5+(5-1)\cdot 5^2+(5-1)\cdot 5^3+\dots+(5-1)\cdot 5^{2014}=\dots\dots\dots 1p$   
 $=5-1+5^2-5+5^3-5^2+5^4-5^3+\dots+5^{2015}-5^{2014}=\dots\dots\dots 1p$   
 $=5^{2015}-1\dots\dots\dots 1p$   
 $n^{2015}-1=5^{2015}-1, n=5\dots\dots\dots 1p$
- b)  $5^{2014}-1=4+4\cdot 5+4\cdot 5^2+4\cdot 5^3+\dots+4\cdot 5^{2013} / :5$   
 $5^{2015}-5=(4\cdot 5+4\cdot 5^2)+(4\cdot 5^3+4\cdot 5^4)+\dots+(4\cdot 5^{2013}+4\cdot 5^{2014})=\dots\dots\dots 1p$   
 $=4\cdot 5\cdot(1+5)+4\cdot 5^3\cdot(1+5)+\dots+4\cdot 5^{2013}\cdot(1+5)=\dots\dots\dots 1p$   
 $=4\cdot 5\cdot 6(1+5^2+5^4+\dots+5^{2012})=M_{4,5,6}\dots\dots\dots 1p$

### Subiectul nr. 2

- „ $\rightarrow$ ” Din  $9 / (9\cdot a + 9\cdot b)$  si  $9 / (3\cdot a + 2\cdot b)\dots\dots\dots 1p$   
 avem prin scadere  $9 / (6\cdot a + 7\cdot b)\dots\dots\dots 1p$   
 Din  $9 / (2007\cdot a + 2007\cdot b)$  si  $9 / (6\cdot a + 7\cdot b)\dots\dots\dots 1p$   
 avem prin adunare  $9 / (2013\cdot a + 2014\cdot b)\dots\dots\dots 1p$   
 „ $\leftarrow$ ” din  $9 / (2013\cdot a + 2014\cdot b)$  si  $9 / (2007\cdot a + 2007\cdot b)\dots\dots\dots 1p$   
 Avem prin scadere  $9 / (6\cdot a + 7\cdot b)\dots\dots\dots 1p$   
 Din  $9 / (9\cdot a + 9\cdot b)$  si  $9 / (6\cdot a + 7\cdot b)$   
 Avem prin scadere  $9 / (3\cdot a + 2\cdot b)\dots\dots\dots 1p$

### Subiectul nr. 3

- a) Figura corecta  $\dots\dots\dots 1p$   
 pentru simplificare notam masurile unghiurilor cu  $2x$  respectiv  $2y$  (oricare alta notatie este buna)  
 Din comanda problemei avem  $2x+2y=180^\circ, x+y=90^\circ$   
 $x-y=60^\circ\dots\dots\dots 1p$   
 Aflarea lui  $x$  (orice metoda)  $x=75^\circ$  si/sau  $2x=150^\circ\dots\dots\dots 1p$   
 aflarea lui  $y, y=15^\circ$  si/sau  $2y=30^\circ\dots\dots\dots 1p$

b)



$$AC\cdot BD=(AD-CD)\cdot BD=$$

$$=AD\cdot BD-CD\cdot BD=\dots\dots\dots 1p$$

$$=AD\cdot(BC+CD)-CD\cdot BD=$$

$$=AD\cdot BC+AD\cdot CD-CD\cdot BD=\dots\dots\dots 1p$$

$$=AD\cdot BC+CD\cdot(AD-BD)=$$

$$=AD\cdot BC+CD\cdot AB\dots\dots\dots 1p$$