

Ministerul Educației Naționale  
Societatea de Științe Matematice din România



Matematika tantárgyverseny  
Megyei szakasz, 2013. március 9.

VIII. OSZTÁLY

**1. feladat.** Határozd meg az összes olyan egész számokból álló  $(x, y, z)$  számhármast, amely teljesíti az

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16(x + y + z)$$

egyenlőséget!

**2. feladat.** Határozd meg az összes olyan  $x$  valós számot, amelyre az  $a = \frac{2x + 1}{x^2 + 2x + 3}$  egész szám!

*Gazeta Matematică*

**3. feladat.** Az  $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$  szabályos hatoldalú hasáb alapéle  $AB = 12$  és magassága  $AA' = 12\sqrt{3}$ . Jelöljük  $N$ -nel a  $CC'$  él felezőpontját.

- Bizonyítsd be, hogy a  $BF'$  és  $ND$  egyenesek merőlegesek egymásra!
- Számítsd ki a  $BF'$  és  $ND$  egyenesek távolságát!

**4. feladat.** Adott a nullától különböző  $n$  természetes szám. Határozd meg a azokat a nullától különböző  $x_1 < x_2 < \dots < x_n < x_{n+1}$  természetes számokat, amelyekre:

$$x_n \cdot x_{n+1} \leq 2(x_1 + x_2 + \dots + x_n).$$

*Munkaidő 4 óra.*

*Minden feladatra 7 pont szerezhető.*

Ministerul Educației Naționale  
Societatea de Științe Matematice din România



## Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Județeană și a Municipiului București, 9 Martie 2013

### CLASA a VIII-a

**Problema 1.** Determinați tripletele de numere întregi  $(x, y, z)$  cu proprietatea că

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16(x + y + z).$$

**Problema 2.** Determinați toate numerele reale  $x$  pentru care numărul  $a = \frac{2x + 1}{x^2 + 2x + 3}$  este întreg.

*Gazeta Matematică*

**Problema 3.** Fie prisma hexagonală regulată  $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$  cu muchia bazei  $AB = 12$  și înălțimea  $AA' = 12\sqrt{3}$ . Notăm cu  $N$  mijlocul muchiei  $CC'$ .

- Demonstrați că dreptele  $BF'$  și  $ND$  sunt perpendiculare.
- Calculați distanța dintre dreptele  $BF'$  și  $ND$ .

**Problema 4.** Considerăm numărul natural nenul fixat  $n$ . Determinați numerele naturale nenule  $x_1 < x_2 < \dots < x_n < x_{n+1}$  cu proprietatea că

$$x_n \cdot x_{n+1} \leq 2(x_1 + x_2 + \dots + x_n).$$

*Timp de lucru 4 ore.*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*