Inspectoratul Scolar Judetean Gorj

OLIMPIADA NATIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, CLASA A -VIII-A

21 februarie 2016

1. a) Demonstrați că $\frac{a+b}{2} \le \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$, oricare ar fi a, b numere reale pozitive ;

b) Folosind eventual a) demonstrați că dacă x, y, z sunt numere reale pozitive cu proprietatea că $x+y+z=1$, atunci $\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1+y^2}+\sqrt{1+z^2} \ge 2\sqrt{2}$.

2. Se consideră piramida patrulateră regulată $VABCD$, având baza $ABCD$, cu latura bazei de lungime $6cm$, muchia laterală cu lungimea de $3\sqrt{5}$ cm și fie M mijlocul muchiei $[VD]$. Determinați distanța de la punctul V la planul (BCM).

3. Determinați tripletele de numere raționale (x, y, z) cu proprietatea că

$$\left|\left||x-2|-3\right|-4\right|+\sqrt{4y(y+1)+3z(3z+10)+35} \le 3 .$$

4. Pe muchiile (DH) și (BF) ale paralelipipedului dreptunchic $ABCDEFGH$ cu $AD=6cm$ și $AE=6\sqrt{3}cm$, se consideră punctele I, respectiv J, astfel încât semidreapta $(AI$ să fie bisectoarea unghiului $\sphericalangle HAD$ și $A_{BCGJ}=5\cdot A_{GFJ}$.

a) Arătați că punctele A, I, G și J sunt vârfurile unui paralelogram;

b) Determinați lungimea segmentului $[AB]$ astfel ca aria paralelogramului $AIGJ$ să fie egală cu $40\sqrt{3}cm^2$.

Supliment GM 9/2015

Notă-Timp de lucru 3 ore

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte