Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VI-a

1. a) Oldd meg a prímszámok halmazán a következő egyenletet: $2m+3p+4t=56$. **(4p)**

prof. Tempfli Gabriella, Şcoala Gimnazială "Bălcescu-Petofi", Satu Mare

b) Legyen $n = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot 2010$ és $m = 1+2+3+\cdots+2010$. Határozd meg a 2010 számnak az $n+m$ számmal való osztási maradékát. **(3p)**

Gazeta Matematică, seria B, supliment cu exerciții, februarie 2012

2. a) Határozd meg az $\overline{ab}$ alakú természetes számokat, amelyekre fennáll a következő egyenlőség:

$\overline{1ab} + \overline{ab2} = \left(\overline{ab}\right)^2$ **(4p)**

Prof. Csáki Francisc, Şcoala Gimnazială " Petőfi Sandor" Livada

b) Határozd meg a *b* számjegyet úgy, hogy az $\overline{abba}$ szám osztható legyen:

i) 7-tel, bármely *a* esetén. Hány ilyen szám létezik?

ii) 11-tel, bármely *a* esetén. Hány ilyen szám létezik? **(3p)**

Prof. Pal Rita, Şcoala Gimnazială Constantin Brâncoveanu Satu Mare

3. Adottak az $AOB\sphericalangle$ és $BOC\sphericalangle$ kiegészítő szögek; legyen [OM félegyenes az AOB szög belsejében úgy, hogy $m(AOB\sphericalangle) = 2\cdot m(BOC\sphericalangle)$; $[ON$ – a BOC szög szögfelezője és $[OP$ félegyenes az $[ON$ félegyenes ellentétes félegyenese.

Tudva, hogy $[OA$ az MOP szög szögfelezője,

a) határozd meg $m(AOB\sphericalangle)$ és $m(POB\sphericalangle)$;

b) Mutasd ki, hogy az $MON\sphericalangle$ szög szögfelezője merőleges az AC egyenesre. **(7p)**

Prof. Bud Adrian, Liceul Teoretic Negreşti Oaş

Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VI-a

Barem de corectare

Nr. probl.	**Rezolvare**	**Pct.**
1.a)	În ecuația $2m+3p+4t=56$, unde m, p, t numere prime $2m$, $4t$ și 56 se divid cu 2 $\Rightarrow$ $3p$ trebuie să se dividă cu 2, dar p este prim $\Rightarrow p = 2$	1p
	Înlocuim p și obținem: $2m+4t=50$ Împărțind ecuația cu 2 avem: $m+2t=25$	1p
	$m = 3 \Rightarrow\ 3+2t=25 \Rightarrow t = 11$ $m = 5 \Rightarrow t = 10$ nu este prim $m = 7 \Rightarrow t = 9$ nu este prim $m = 11 \Rightarrow t = 7$ $m = 13 \Rightarrow t = 6$ nu este prim $m = 17 \Rightarrow t = 4$ nu este prim $m = 19 \Rightarrow t = 3$ $m = 23 \Rightarrow t = 1$ nu este prim $m = 29 \geq 25$	2p
	Rezultatele sunt: $m = 3, \quad p = 2, \ t = 11$ $m = 11, \ p = 2, \ t = 7$ $m = 19, \ p = 2, \ t = 3$	1p
1.b)	$n \vdots 2010$ Calculul sumei $n = 1005 \cdot 2011 = 2021055$	1p
	Aflarea restului 1005	1p
2.a)	Obs. că a≠0. Relația din enunț devine: $100+\overline{ab}+10\cdot\overline{ab}+2=(\overline{ab})^2$ de unde,	1p
	$11\cdot\overline{ab}+102=(\overline{ab})^2$ $(\overline{ab})^2-11\cdot\overline{ab}=102$	1p
	$\overline{ab}\left(\overline{ab}-11\right)=102$ Dar, 102=51·2=34·3=17·6	1p

	Asadar, soluția problemei sunt: $\overline{ab} = 17, \overline{ab} - 11 = 6$, De unde, $\overline{ab} = 17$	1p
2b)	$\overline{abba} = 1001\,a + 110\,b$ $1001 = 3\cdot 7\cdot 11$ $110 = 2\cdot 5\cdot 11$	1p
	a) 7 / 1001 deci 7/ 1001a $\forall\, a \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ şi 7 / divide $\overline{abba}$ daca 7 / 110 b . Cum 7 nu divide pe 110 trebuie să dividă pe b $\Rightarrow b \in \{0,7\}$ Deci, 18 numere.	1p
	b) 11 / 1001 deci 11/ 1001a, $\forall\, a \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, 11 / 110 deci 11 / 110 b $\forall\ b \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ Deci, 90 de numere.	1p
3. a)	Se notează $x = m(\sphericalangle AOP)$ $[OA$ este bisectoare $\Rightarrow m(\sphericalangle MOA) = x \Rightarrow m(\sphericalangle MOB) = 2x$	1p
	$m(\sphericalangle AOP)$ şi $m(\sphericalangle NOC)$ opuse la vârf $\Rightarrow m(\sphericalangle NOC) = x$	1p
	$[ON$ - bisectoare $\Rightarrow m(\sphericalangle BON) = x$	1p
	Avem $m(\sphericalangle AOM) + m(\sphericalangle MOB) + m(\sphericalangle BON) + m(\sphericalangle NOC) = 180^\circ$ $\Rightarrow x + 2x + x + x = 180^\circ \Rightarrow 5x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$	1p
	Avem $m(\sphericalangle AOB) = m(\sphericalangle AOM) + m(\sphericalangle MOB) = x + 2x = 108^\circ$ $\Rightarrow m(\sphericalangle POB) = 4x = 154^\circ$	1p
3b)	Din $[OR$ - bisectoarea $\sphericalangle MON \Rightarrow m(\sphericalangle MOR) = \frac{m(\sphericalangle MON)}{2}$ $\Rightarrow m(\sphericalangle MOR) = \frac{3x}{2} = 54^\circ$	1p
	$\Rightarrow m(\sphericalangle AOR) = m(\sphericalangle AOM) + m(\sphericalangle MOR) = 90^\circ \Rightarrow OR \perp AC$	1p

Str. 1 Decembrie 1918 nr. 6
Cod 440010 Satu Mare
Tel. +40 (0)261712175
Fax: +40 (0)261713441
www.isj.sm.edu.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30,
Sector 1, 010168, Bucuresti
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro